

Міністерство освіти і науки України

О.В. КОЗИРЄВА
В.О. ФЕДОРОВА

СТАТИСТИКА

Навчальний посібник



УДК 311(075.8)
К59

*Рекомендовано до видання рішенням Вченої Ради
Харківського національного автомобільно-дорожнього університету
(Дозвіл № 35/21/5.4 від 28 травня 2021 р.)*

Рецензенти:

ЛЕПЕЙКО Тетяна Іванівна, д-р екон. наук, професор, завідувач кафедри менеджменту та бізнесу Харківського національного економічного університету ім. Семена Кузнеця;

НОВІКОВА Марина Миколаївна, д-р екон. наук, професор, завідувач кафедри менеджменту і публічного адміністрування Харківського національного університету міського господарства ім. О.М. Бекетова;

ГАРАФОНОВА Ольга Іванівна, д-р екон. наук, професор, професор кафедри менеджменту ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»;

ДМИТРИЄВА Оксана Іллівна, д-р екон. наук, доцент, завідувач кафедри економіки і підприємництва Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

Козирєва О.В.

К59 Статистика: навчальний посібник / О.В. Козирєва, В.О. Федорова.
– Х.: Видавництво Іванченка І.С., 2021. – 187 с.

ISBN 978-617-7879-91-5.

У навчальному посібнику висвітлено основні питання статистики: предмет, метод і завдання статистики; сутність, види та способи проведення статистичного спостереження; зведення матеріалів статистичного спостереження; обчислення узагальнюючих статистичних показників; розрахунок показників варіації; вивчення динаміки суспільних явищ; описано методи вибірових досліджень, індексного аналізу, а також дослідження взаємозв'язків між явищами.

Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти, що вивчають дисципліну «Статистика», викладачів, а також професіоналів-практиків, діяльність яких пов'язана зі збором, обробкою та аналізом статистичної інформації.

УДК 311(075.8)

ЗМІСТ

	Стор.
ВСТУП.....	6
ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД І ЗАВДАННЯ СТАТИСТИКИ.....	8
1.1. Предмет статистики.....	8
1.2. Метод і завдання статистики.....	11
1.3. Основні категорії статистики.....	12
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>14</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>17</i>
ТЕМА 2. МАСОВЕ СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....	18
2.1. Сутність масового статистичного спостереження.....	18
2.2. Види масового статистичного спостереження.....	19
2.3. Способи проведення статистичного спостереження.....	21
2.4. План статистичного спостереження.....	23
2.5. Контроль повноти, достовірності і порівнянності статистичних даних.....	27
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>29</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>33</i>
ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ МАТЕРІАЛІВ МАСОВОГО СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....	34
3.1. Зведення статистичних даних.....	34
3.2. Сутність і види статистичних групувань.....	35
3.3. Етапи побудови групувань.....	37
3.4. Ряди розподілу.....	39
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>42</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>45</i>
ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ ПОКАЗНИКИ.....	46
4.1. Абсолютні і відносні величини.....	46
4.2. Сутність і види середніх величин, теоретичні основи їх обчислення.....	54
4.3. Середня арифметична величина, її види, властивості і правила розрахунку.....	56
4.4. Середня гармонійна величина.....	59

4.5. Середня квадратична величина.....	60
4.6. Середня геометрична величина.....	60
4.7. Медіана.....	61
4.8. Мода.....	64
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>66</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>69</i>

ТЕМА 5. ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ.....70

5.1. Поняття варіації ознак.....	70
5.2. Розмах варіації.....	71
5.3. Середнє лінійне відхилення.....	72
5.4. Дисперсія і середнє квадратичне відхилення.....	73
5.5. Коефіцієнт варіації.....	74
5.6. Дисперсія альтернативної ознаки.....	75
5.7. Внутрішньогрупова і міжгрупова дисперсії.....	76
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>79</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>82</i>

ТЕМА 6. РЯДИ ДИНАМИКИ.....83

6.1. Ряди динаміки та їх види.....	83
6.2. Показники ряду динаміки.....	86
6.3. Аналіз закономірностей зміни рівня динамічного ряду.....	91
6.4. Статистичне вивчення сезонних компонентів динамічного ряду.....	103
6.5. Інтерполяція та екстраполяція.....	108
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>111</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>114</i>

ТЕМА 7. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ.....115

7.1. Теоретичні основи вибіркового спостереження.....	115
7.2. Принципи утворення вибірових сукупностей.....	120
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>130</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>134</i>

ТЕМА 8. ІНДЕКСИ.....135

8.1. Поняття індексу. Основні елементи індексу.....	135
8.2. Класифікація індексів.....	138

8.3. Взаємозв'язок між індексами.....	147
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>147</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>150</i>

**ТЕМА 9. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИВЧЕННЯ
ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ.....**

9.1. Типи зв'язків між явищами та їх характеристика.....	152
9.2. Метод порівняння паралельних рядів.....	154
9.3. Метод аналітичного групування.....	156
9.4. Парний кореляційно-регресійний аналіз.....	158
<i>Тестові завдання.....</i>	<i>170</i>
<i>Питання для самоконтролю.....</i>	<i>173</i>

ГЛОСАРІЙ.....

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ.....

ВСТУП

У сучасному суспільстві статистика є одним із головних інструментів аналізу соціально-економічних процесів. Завдяки статичним даним можна проаналізувати ситуацію, порівняти її з іншими, прийняти рішення, провести наукові дослідження.

Представлена інформація націлена на формування у здобувачів вищої освіти базового комплексу теоретичних знань і практичних навичок щодо збору, обробки та аналізу інформації про соціально-економічні явища і процеси.

Структурно посібник складається з дев'яти тем. Першу тему присвячено сутності, предмету, методу, основним завданням та категоріям статистики. Друга тема розкриває сутність, види масового статистичного спостереження та способи його проведення, а також послідовність здійснення контролю повноти, достовірності і порівнянності статистичних даних. Третя тема стосується зведення матеріалів масового статистичного спостереження, на основі результатів якого здійснюється розрахунок узагальнюючих показників (четверта тема). В п'ятій темі розкрито сутність та порядок розрахунку показників для кількісного виміру варіації ознаки в сукупності, а саме: розмаху варіації, середнього лінійного відхилення, дисперсії і середнього квадратичного відхилення, коефіцієнту варіації. Шосту тему присвячено рядам динаміки: визначено їх сутність та види, основним правилам побудови, показникам аналізу ряду динаміки, визначенню сезонних коливань тощо. Сьома тема стосується теоретичних основ вибіркового спостереження та принципам утворення вибірових сукупностей. У восьмій темі розкрито сутність індексів та їх роль у статистико-економічному аналізі, наведено класифікацію індексів та описано принципи їх побудови. В свою чергу, дев'ятий розділ присвячено дослідженню типів зв'язків між явищами, статистичним методам їх вивчення: методу порівняння паралельних рядів, аналітичних групувань, парного кореляційно-регресійного аналізу.

Кожна тема навчального посібника містить питання для самоконтролю, а також тестові завдання, що забезпечує можливість самостійної перевірки рівня засвоєння теоретичного матеріалу та

поглибленої підготовки до підсумкового контролю знань. В кінці навчального посібника наводиться глосарій найбільш важливих термінів в алфавітному порядку, а також список рекомендованої літератури. Усі теоретичні положення ілюструються доступними прикладами, що надасть безпосередню допомогу здобувачам вищої освіти та іншим читачам у застосуванні наведених статистичних методів у практичній діяльності.

Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти, що вивчають дисципліну «Статистика», викладачів, а також професіоналів-практиків, діяльність яких пов'язана зі збором, обробкою та аналізом статистичної інформації.

ТЕМА 1. ПРЕДМЕТ, МЕТОД І ЗАВДАННЯ СТАТИСТИКИ

- 1.1. Предмет статистики.
- 1.2. Метод і завдання статистики.
- 1.3. Основні категорії статистики.

1.1. Предмет статистики

Термін *«статистика»* походить від латинського слова «status», що в перекладі означає «стан справ», «положення». Від кореня цього слова виникли слова «stato» (держава), «statista» (статистик, знавець держави), «statistiks» (статистика – певна сума знань, зведень про державу). У науковій літературі словом «статистика» користуються з XVIII ст. за змістом як державознавство. Проте статистика почала свій розвиток значно раніше – в середині XVII ст.

В даний час цей термін вживається в трьох значеннях.

1. Під статистикою розуміють цифри – статистичні дані, що характеризують окремі сторони суспільного життя – виробництво, споживання тощо (наприклад, статистика народжуваності, статистика смертності, статистика безробіття). Тобто це цифровий матеріал, що слугує для характеристики будь-якої галузі суспільних явищ або територіального розподілу якогось показника.

В даному випадку статистика розглядається як синонім слова «дані». Саме в цьому значенні говорять: «статистика народжуваності та смертності в Україні» або «статистика злочинів». У цьому сенсі статистика входить в розділи самих різних природних і технічних наук, оскільки вони пов'язані зі збором та обробкою масових спостережень, дослідів і експериментів. Відповідно можна сказати: «мені не вистачає статистики» або, навпаки, «я володію гарною статистикою». Ми оточені кількісними даними про погоду (багато раз в день отримуємо інформацію про температуру повітря, атмосферний тиск, напрямок вітру, опади і хмарність), результати спортивних матчів, ігор, рейтинги політичних діячів тощо.

2. Під статистикою розуміють також особливу галузь практичної діяльності, спрямовану на збирання, нагромадження, обробку та аналіз даних, які характеризують соціально-економічний

розвиток країни, її регіонів, галузей економіки, окремих господарюючих суб'єктів (в цьому сенсі «статистика» виступає як синонім словосполучення «*статистичний облік*»). У нашій країні керує всіма статистичними роботами **Державна служба статистики України**, діяльність якої підпорядкована Кабінету Міністрів України. Основним документом, що регламентує повноваження та функції органів державної статистики, є Закон України «Про державну статистику» 1992 р. Статті цього закону регулюють правові відносини в галузі статистики і ведення первинного обліку, визначають організацію та найважливіші завдання державної статистики, порядок подання і використання статистичних даних, а також права, обов'язки та відповідальність органів Державної служби статистики України.

Центральному статистичному органу держави підпорядковуються головні управління державної статистики в областях, а також районні й міські відділи статистики. Відповідно до Закону України «Про державну статистику» *найважливішим завданням державної статистики* є збір, обробка та аналіз статистичної інформації, що стосується явищ і процесів, які мають місце в економічному й соціальному житті держави.

Державна служба статистики України та її представницькі органи на місцях розробляють інструкції та вказівки з питань організації звітності й обліку, котрі є обов'язковими для виконання усіма міністерствами і відомствами. Відповідно до наказів та інструктивних документів підприємства, організації незалежно від форм власності зобов'язані подавати органам статистики статистичну інформацію у відповідні строки, керуючись при цьому встановленими вимогами.

3. Статистика – це наука, що займається розробкою методів збору, зведення, обробки та аналізу даних про явища суспільного життя. Зазначене розуміння статистики характеризує її як область практичної та теоретичної діяльності людини; галузь знань, наукову дисципліну.

Таким чином, статистика – самостійна суспільна наука. Вона вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною, досліджує кількісне вираження закономірностей розвитку в конкретних умовах часу і місця.

У наведеному вище визначенні вказані три основні риси предмета статистики:

- по-перше, статистика вивчає *суспільні явища*;
- по-друге, вона вивчає *масові* суспільні явища;
- по-третє, вона вивчає *кількісну сторону* цих явищ в нерозривному зв'язку з їх якісною стороною.

Розглянемо кожну з цих рис. У визначенні предмета статистики насамперед вказується, що статистика вивчає суспільні явища, тому вона суспільна наука. Друга риса визначення обумовлена природою суспільних явищ і процесів. Явища суспільного життя, як правило, відбуваються під впливом великої кількості факторів, що діють найчастіше в протилежних напрямках, і не завжди піддаються обліку. Крім цього суспільні явища динамічні, вони носять історичний характер. Дуже часто суспільні явища, залишаючись по своїй суті колишніми, приймають інший вид, що залежить від мінливих конкретних умов часу і місця. Тому суспільні явища дуже складні і різноманітні. Зробити висновок про закономірності зміни таких явищ на основі одного або кількох спостережень неможливо, бо можливі помилки. Природний і цілком логічний шлях для отримання правильних висновків є шлях збільшення числа спостережень, тобто при вивченні явищ суспільного життя необхідний **масовий підхід**.

Статистика вивчає кількісну сторону суспільних явищ. Завданням статистики є не тільки встановлення кількісних виразів закономірностей суспільних явищ, а й розкриття їх якісного змісту. Як і будь-яка наука, статистика має простежити прояв основних законів в уявному хаосі явищ, повинна виявити сутність, що ховається за кількісними визначеннями, якісну природу явищ, що спостерігаються, пояснити виявлені закономірності в змінах статистичних чисел, спираючись на знання основних законів досліджуваного соціального явища.

Таким чином, **статистика** – це суспільна наука, що вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною в конкретних умовах часу і місця.

1.2. Метод статистики і завдання статистики

Найважливішими *складовими елементами статистичної методології* є: масове спостереження, групування, застосування узагальнюючих характеристик і встановлення взаємозв'язку.

Явища і процеси, що вивчаються статистикою, є **масовими**. Як правило, вони складаються з безлічі елементів, що володіють рядом різних за характером і величиною властивостей. Щоб охарактеризувати з кількісного боку будь-яке масове явище необхідно спочатку зібрати інформацію про складові його елементи. Це досягається за допомогою *масового статистичного спостереження*.

Зібрані в процесі статистичного спостереження дані піддаються надалі зведенню, в процесі якого з усієї сукупності обстежених одиниць виділяються характерні частини. Виділення груп і підгруп одиниць з усієї сукупності називається в статистиці **групуванням**.

Кожна група характеризується системою цифрових показників: абсолютних і середніх величин, показників динаміки тощо.

Важливе місце в статистичній методології займає дослідження взаємозв'язку між показниками.

Таким чином, **метод статистики включає**: масове спостереження суспільних явищ, їх групування, знаходження узагальнюючих показників і встановлення взаємозв'язку.

1) **Збір даних** – це масове науково-організоване спостереження, за допомогою якого отримують первинну інформацію про окремі факти (одиниці) досліджуваного явища. Даний статистичний облік великого числа або всіх одиниць, що входять до складу досліджуваного явища, є інформаційною базою для статистичних узагальнень, для формулювання висновків про досліджуване явище чи процес.

2) **Групування і зведення**. Являє собою розподілення всієї маси випадків на однорідні групи і підгрупи, підрахунок підсумків за кожною групою і оформлення отриманих результатів у вигляді статистичних таблиць. Після проведення групування здійснюють

узагальнення даних спостереження за виділеними частинами і цілим. Ця робота носить назву *зведення*.

3) **Обробка та аналіз.** Аналіз результатів для отримання обґрунтованих висновків про стан досліджуваного об'єкта і закономірності його розвитку. Для цього застосовуються узагальнюючі статистичні показники: абсолютні, відносні і середні величини, варіації і статистичні індекси. Виявляються причинно-наслідкові зв'язки, закономірності, оцінюється ефективність і можливості економічних і соціальних явищ.

Основні завдання статистики:

– вивчення рівня і структури взаємозв'язків динаміки масових економічних явищ і процесів;

– узагальнення та прогнозування тенденції розвитку економіки;

– виявлення резервів підвищення ефективності суспільного виробництва;

– своєчасне забезпечення інформацією законодавчої і виконавчої влади.

1.3. Основні категорії статистики

Статистика вивчає масові явища, тому важливе значення в ній має поняття статистичної сукупності.

Статистична сукупність – це маса окремих одиниць, які об'єднані єдиною якісною стороною, але розрізняються між собою за низкою ознак. *Наприклад*, статистичною сукупністю буде населення будь-якої країни, яке складається з окремих людей, що розрізняються за статтю, віком і багатьма іншими ознаками.

Кожен елемент сукупності – **одиниця сукупності**. Загальна кількість одиниць в сукупності складають її **обсяг**.

До цього визначення входять **три основні риси сукупності** будь-яких явищ:

– по-перше, це безліч явищ;

– по-друге, це безліч явищ, об'єднаних загальною якістю, що являє собою прояви однієї і тієї ж закономірності;

– по-третє, це безліч явищ, що варіюють та відрізняються за своїми характеристиками.

Саме остання властивість викликає необхідність вивчення всієї множини явищ одного виду. Якби одиниці сукупності були повністю тотожні один одному, то не було б потреби звертатися до безлічі одиниць: достатньо вивчити лише одну одиницю, щоб знати все про всі явища цього виду.

Властивості, сторони, особливості – це ознаки явищ або одиниць сукупності. Одиниці сукупності володіють багатьма ознаками, які мають різний вираз у окремих одиниць сукупності.

Варіююча ознака – ознака, що приймає в межах статистичної сукупності різні значення у одиниць статистичної сукупності. Це, однак, не виключає повторень окремих значень (варіантів) ознаки, у кількох одиниць сукупності значення ознаки можуть бути однаковими. Прикладом варіюючої ознаки може слугувати розмір місячної заробітної плати працівників підприємства. Ці ознаки є об'єктом дослідження статистики. Варіюючі ознаки можуть бути *атрибутивними, кількісними або альтернативними*.

Ознака називається **кількісною**, якщо окремі її значення виражаються у вигляді чисел. За характером варіювання кількісні ознаки поділяються на *дискретні і безперервні*.

Дискретними називаються такі кількісні ознаки, які можуть приймати тільки цілком певні значення, між якими не можуть мати місце проміжні значення. Наприклад, кількість членів сім'ї, кількість коліс в автомобіля тощо. Варіанти дискретних ознак виражаються у вигляді цілих чисел.

Кількісні ознаки, які можуть в певних межах приймати будь-які значення, як цілі, так і дробові, називаються *безперервними*. Такими ознаками є, наприклад: вік, стаж роботи тощо.

Якщо ознака приймає лише два протилежних значення, вона називається *альтернативною*. До таких ознак відноситься ознака виконання норм – так чи ні.

Ознака називається *атрибутивною (якісною)*, в тому випадку, якщо окремі її значення виражаються у вигляді стану, властивостей тощо. До таких ознак належать, наприклад, соціальне походження, стать, професія тощо (наприклад, професія робітника (слюсар, збирач), рівень освіти (початкова, середня, вища)).

Для оцінки ознак при обліку та аналізі статистика вводить поняття статистичного показника.

Статистичні показники – це поняття, що відображають розміри і кількісні співвідношення ознак суспільних явищ. Конкретний зміст статистичного показника визначається часом і місцем.

Числове значення показника, що відноситься до певного місця і часу, називається *величиною показника*. Статистичні показники, що характеризують статистичну сукупність називаються *узагальнюючими*.

Завданням статистики, як науки, є ***встановлення закономірностей зміни економічних явищ***. **Статистична закономірність** – це певна послідовність або повторюваність соціально-економічних явищ, яка формується та чітко проявляється в *масових процесах*, при дослідженні достатньо великої кількості одиниць сукупності. Доведено, що в будь-якій складній великій системі, в котрій взаємодіють багато елементів, закони проявляються тільки у формі статистичних закономірностей.

Розрізняють наступні *види статистичних закономірностей*:

- закономірності зміни у часі (закономірності динаміки);
- закономірності розподілу одиниць сукупності за певною ознакою;
- закономірності зміни складу та структури сукупності (структурні зрушення);
- закономірності взаємозв'язку.

З точки зору статистики **закон великих чисел** можна сформулювати наступним чином: в масі індивідуальних спостережень загальна статистична закономірність виявляється тим повніше і чіткіше, чим більше одиниць сукупності охоплено спостереженням.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Під статистикою розуміють:

- а) цифри;
- б) науку, що займається розробкою методів збору, зведення, обробки і аналізу даних про явища суспільного життя;
- в) особливу галузь практичної діяльності, спрямовану на збір, обробку та аналіз статистичних даних;

г) всі відповіді вірні.

2. Яке твердження є невірним?

- а) статистика вивчає масові суспільні явища;
- б) статистика вивчає тільки якісну сторону масових суспільних явищ;
- в) статистика вивчає суспільні явища;
- г) статистика вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ в нерозривному зв'язку з їх якісною стороною.

3. Які основні завдання статистики:

- а) виявлення резервів підвищення ефективності суспільного виробництва;
- б) вивчення рівня та структури масових соціально-економічних явищ та процесів;
- в) вивчення динаміки масових соціально-економічних явищ;
- г) всі відповіді вірні;

4. Ознака – це:

- а) узагальнююча характеристика суспільних явищ і процесів, в якій поєднується кількісна і якісна їх невизначеність;
- б) якісна характеристика статистичного показника;
- в) це статистичний еквівалент властивостей, притаманних елементам сукупності;
- г) кількісна характеристика статистичного показника.

5. Ознаки, що не мають безпосередньої кількісної характеристики, називають:

- а) альтернативними;
- б) атрибутивними;
- в) дискретними;
- г) варіюючими.

6. Що з переліченого не є складовим елементом статистичної методології?

- а) масове спостереження;
- б) застосування узагальнюючих характеристик;
- в) складання програми спостереження;

г) групування.

7. Статистична сукупність – це:

- а) маса окремих одиниць, які об'єднані єдиною якісною стороною, але розрізняються між собою за низкою ознак;
- б) достатньо велика кількість одиниць спостереження;
- в) маса окремих одиниць, які об'єднані єдиною кількісною стороною, але розрізняються між собою за низкою ознак;
- г) безліч фактів суспільного життя.

8. Якщо ознака відображається лише за двома протилежними за значеннями результатами, то її називають:

- а) атрибутивною;
- б) варіюючою;
- в) альтернативною;
- г) кількісною.

9. Ознака, яка приймає в межах сукупності різні значення, називається:

- а) кількісною;
- б) якісною;
- в) варіюючою;
- г) альтернативною.

10. Предметом дослідження статистики є:

- а) кількісна сторона масових суспільних явищ;
- б) природні явища та процеси;
- в) виявлення резервів виробництва;
- г) методи статистики.

11. Статистична закономірність – це:

- а) кількісна закономірність зміни у часі і просторі масових явищ;
- б) поширеність явища, що вивчається, на певній території;
- в) впорядкованість елементів, об'єктів, явищ за певною властивістю на визначений момент часу;

г) кількісна закономірність зміни у часі будь-якого елемента сукупності.

12. До атрибутивних ознак, які характеризують працівників підприємства, відносяться:

- а) професія;
- б) вік працівника;
- в) стаж роботи;
- г) сімейний стан.

13. До кількісних ознак, які характеризують працівників підприємства, відносяться:

- а) професія;
- б) вік працівника;
- в) стаж роботи;
- г) сімейний стан.

14. Яка з перелічених ознак є безперервною?

- а) розмір доходу;
- б) вік;
- в) стаж роботи;
- г) кількість членів сім'ї.

15. Яка з перелічених ознак є дискретною?

- а) розмір доходу;
- б) вік;
- в) стаж роботи;
- г) кількість членів сім'ї.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що означає термін «статистика»?
2. Назвіть три основні риси предмета статистики.
3. Перелічіть основні складові статистичної методології.
4. Які основні завдання статистики?
5. Наведіть приклади статистичної сукупності.
6. Що таке статистична закономірність?

ТЕМА 2. МАСОВЕ СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

- 2.1. Сутність масового статистичного спостереження.
- 2.2. Види масового статистичного спостереження.
- 2.3. Способи проведення статистичного спостереження.
- 2.4. План статистичного спостереження.
- 2.5. Контроль повноти, достовірності і порівнянності статистичних даних.

2.1. Сутність масового статистичного спостереження

Статистичне спостереження – це *масове* (воно охоплює велику кількість випадків прояву досліджуваного явища для отримання правдивих статистичних даних) *планомірне* (проводиться за розробленим планом, що включає питання методології, організації збору і контролю за достовірністю інформації), *систематичне* (проводиться систематично, або безперервно, або регулярно), *науково організоване* (для підвищення достовірності даних, яка залежить від програми спостереження, змісту анкет, якості підготовки інструкцій) спостереження за явищами і процесами соціально-економічного життя, яке полягає в зборі та реєстрації окремих ознак у кожній одиниці сукупності.

Статистичне спостереження поняття дещо ширше, ніж власне спостереження, тобто безпосереднє сприйняття явищ за допомогою органів чуття. У багатьох випадках статистичне спостереження збігається з безпосередньо спостереженням. Це має місце тоді, коли статистик встановлює факти шляхом опитування населення, зважування, вимірювання тощо. У більшості ж випадків процес статистичного спостереження полягає в зборі, концентрації даних, які спостерігалися раніше.

У процесі статистичного спостереження отримують *статистичні дані*, необхідні для вирішення поставленого завдання. Ці дані, в кінцевому підсумку, служать для отримання узагальнюючих характеристик і висновків про досліджувані об'єкти і повинні задовольняти ряду вимог.

1) Перша, основна вимога до статистичних даних, полягає в тому, щоб вони були *повними*.

2) Друга основна вимога, яка висувається до даних, зібраних в результаті статистичного спостереження, є їх достовірність, точність. Для отримання об'єктивних висновків про економічні явища дані повинні бути *достовірними і точними*.

3) Третьою важливою вимогою є їх *однаковість, порівнянність*.

2.2. Види масового статистичного спостереження

Статистичні спостереження класифікуються за повнотою охоплення одиниць сукупності, за обліком явищ в часі і за організаційними формами.

1) З точки зору організації статистичного спостереження розрізняють дві основні його форми – звітність і спеціально організоване спостереження.

Звітність – основна форма статистичного спостереження, яка полягає в отриманні статистичними органами даних від одиниць спостереження. Дані надходять в органи статистики від підприємств і організацій у вигляді обов'язкових звітів про їх діяльність. Основними формами звітності є *бухгалтерський баланс і звіт про фінансові результати*.

Ще одним джерелом статистичних даних є спеціально організоване спостереження (перепис, різні обстеження).

Однією з причин, які викликають необхідність проведення спеціально організованого статистичного спостереження, є те, що не всі явища суспільного життя охоплені обліком та звітністю. Такі явища, як наприклад, склад сім'ї, споживання продуктів тощо можуть бути отримані лише шляхом організації спеціального статистичного спостереження.

Головною ж причиною існування спеціального статистичного спостереження є те, що необхідні відомості для більш глибоких статистичних узагальнень. На основі звітів можна робити висновки про всі деталі роботи підприємства.

2) За повнотою охоплення одиниць сукупності розрізняють суцільні та несуцільні спостереження.

Суцільним називається спостереження, при якому обстежується вся сукупність явищ даного типу без жодного винятку.

За допомогою суцільного спостереження здійснюється отримання звітів від підприємств, переписи населення тощо.

Несуцільним називається спостереження, при якому обстежується частина сукупності явищ. Найважливішою характерною особливістю науково організованого несуцільного спостереження є те, що за отриманими результатами роблять висновки про всю сукупність явищ.

Несуцільні спостереження мають переваги перед суцільним в тому, що вони вимагають набагато менше сил і засобів і дозволяють застосовувати більш повну програму і досконаліший спосіб обліку фактів, швидше підводити підсумки обстеження і, отже, підвищувати оперативність статистичного матеріалу. У деяких же випадках несуцільне спостереження є єдино можливим, наприклад, при контролі якості продукції або при вивченні споживання населення.

Несуцільне спостереження організується по-різному, в залежності від завдань і характеру об'єктів. Якщо на підставі часткового дослідження необхідно отримати дані, що характеризують всю сукупність в цілому, то несуцільне спостереження повинно бути організовано як вибіркове.

Вибірковим називається таке спостереження, при якому обстеженню піддається заздалегідь певна кількість одиниць сукупності, відібраних на основі ненавмисного випадкового відбору.

Другим видом несуцільного спостереження є спосіб *основного масиву*. При цій формі спостереження відбираються одиниці спостереження, питома вага яких переважає в обсязі досліджуваних первинних ознак. Наприклад, ціни на продовольчих ринках можуть реєструватися лише у великих містах, де проживає більша частина населення країни.

Монографічне спостереження – це детальне обстеження (як статистичне, так і якісно-описове) окремо взятого одиничного явища, яке певним чином ілюструє всю сукупність. *Приклад монографічного спостереження:* характеристика роботи окремих підприємств для виявлення недоліків в роботі або тенденцій розвитку.

Анкетний спосіб спостереження заснований на принципі добровільного заповнення спеціальних анкет, які роздають або розсилаються певному колу осіб, або публікуються у пресі.

В даний час розрізняють два типи анкетних обстежень:

– *«англійське»*, коли питання направляються певному, як правило, невеликому колу фахівців з даного питання;

– *«американське»*, засноване на масовому зборі відповідей і обробці їх статистичними методами з метою отримання певної «середньої думки».

У зв'язку з відмежуванням об'єкта дослідження в часі розрізняють спостереження поточні, періодичні та одноразові.

Поточним називається таке спостереження, яке ведеться безперервно, і реєстрація фактів проводиться у міру їх звершення. Приклад такого спостереження: реєстрація народження, смерті, шлюбів, розлучень. *Періодичним і одноразовим* є такі спостереження, які проводяться не постійно, а через певні проміжки часу, або одноразово. Прикладом періодичного спостереження є реєстрація кількості працівників підприємства на кінець місяця. До одноразових спостережень відносяться, наприклад перепис населення, разові звіти.

2.3. Способи проведення статистичного спостереження

Розрізняють такі способи проведення статистичного спостереження: безпосередній облік фактів, документальний облік фактів, опитування.

При *безпосередньому обліку* фактів особи, які проводять обстеження, отримують необхідні відомості шляхом особистого обліку одиниць сукупності: огляду, перерахунку, вимірювання, зважування тощо. Прикладом такого способу є інвентаризація товарно-матеріальних цінностей.

Документальний облік фактів заснований на використанні документального обліку фактів господарської діяльності підприємств. Він проводиться у вигляді систематичних записів у первинних облікових документах, що фіксують здійснення того чи іншого факту. Ці записи утворюють первинний облік на

підприємстві. Дані цього обліку і покладені в основі статистичної звітності.

Однак не всяке статистичне спостереження може базуватися на безпосередньому або документальному обліку фактів, хоча вони і забезпечують найбільш достовірні відомості. Тому в ряді випадків зокрема в переписах населення, доводиться вдаватися до опитування людей.

Опитування може бути організоване по-різному. В статистичній практиці існують **три способи опитування**: експедиційне опитування, самореєстрація і кореспондентський спосіб.

При *експедиційному способі* опитування спеціально виділена особа (реєстратор) опитує особу, яка обстежується, і з його слів заповнює бланк обстеження. Робота реєстратора гарантує однаковість розуміння питань і максимальну правильність відповідей. *Класичний приклад* експедиційного способу – проведення переписів населення, коли в якості лічильників (реєстраторів) можуть залучатися спеціально підготовлені працівники підприємств, установ і організацій, здобувачі. Незважаючи на підвищену витратність експедиційного способу, в ряді випадків він є єдино можливим, що забезпечує успішне проведення статистичного спостереження.

Основним принципом, на якому базується експедиційний спосіб, є безпосереднє спостереження, коли самі реєстратори шляхом безпосереднього виміру, зважуючи або підраховуючи, встановлюють факт і на цій підставі роблять запис у формулярі спостереження.

Експедиційний спосіб нерідко спирається на опитування, яке є дуже близьким до безпосереднього спостереження.

При *самореєстрації* обстежуваній особі вручають бланк обстеження і пояснюють питання, бланк особа заповнює самостійно.

При *кореспондентському способі* статистична організація розсилає бланки обстеження і вказівки щодо їх заповнення організаціям або окремим особам з проханням відповісти на поставлені запитання. Після заповнення бланк-анкета висилається на адресу тієї статистичної організації, яка їх розсилала.

Вибір способу опитування визначається завданням і програмою обстеження, а також наявними засобами.

Експедиційний спосіб вимагає найбільших витрат і найбільшу кількість реєстраторів, проте гарантує високу якість матеріалу і дозволяє включити в програму обстеження такі питання, які ризиковано ставити при інших способах опитування.

Спосіб самореєстрації вимагає менших витрат, ніж експедиційний спосіб. Його застосування доцільно в тих випадках, коли програма обстеження повністю гарантує можливість заповнення бланків особами самостійно.

Кореспондентський спосіб вимагає найменших витрат, але не дає впевненості в тому, що отриманий матеріал є високоякісним. Так як не завжди можливо безпосередньо на місці перевірити отримані відповіді.

2.4. План статистичного спостереження

Планомірність є основою статистичного спостереження, тому його проведення має ґрунтуватися на детально розробленому плані.

План статистичного спостереження складається з двох частин, перша включає програмно-методологічні питання, а друга – організаційні питання.

Програмно-методологічна частина плану включає:

- визначення об'єкта спостереження;
- визначення одиниці об'єкта спостереження;
- складання програми статичного спостереження;
- складання програми розробки матеріалів спостереження;
- проектування формуляра спостереження;
- визначення часу проведення статистичного спостереження і його критичного моменту;
- складання інструкції.

При плануванні статистичного спостереження необхідно, перш за все, визначити його об'єкт і одиницю.

Об'єктом статистичного спостереження називається та сукупність, про яку повинні бути зібрані необхідні відомості. Об'єктами спостереження можуть бути, наприклад, комерційні

банки, сільгоспвиробники, промислові підприємства, здобувачі, населення тощо.

Поряд з визначенням об'єкта статистичного спостереження необхідно визначити одиницю сукупності і одиницю спостереження.

Одиниця сукупності – це первинний елемент об'єкта статистичного спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації, і основою рахунку, що ведеться при обстеженні. Наприклад, при статистичному спостереженні продуктивності праці водіїв одиницею сукупності є водій, при переписі населення одиницею сукупності є людина тощо.

Одиниця спостереження – це той первинний осередок, від якого повинні бути отримані необхідні статистичні відомості.

Інакше кажучи, одиниця сукупності – це те, що піддається обстеженню, а одиниця спостереження – це джерело отриманих відомостей.

Одиниці сукупності залежно від завдань і характеру роботи можуть бути найрізноманітнішими. Вони іноді збігаються з одиницями спостереження (перепис населення), але найчастіше не збігаються. Так, наприклад, при проведенні перепису промислового устаткування одиницею спостереження буде промислове підприємство, від нього отримують відомості про промислове устаткування. Одиницею сукупності при цьому буде окрема одиниця обладнання.

Програма спостереження – це перелік ознак, що підлягають реєстрації при проведенні статистичного спостереження. До програми спостереження пред'являється ряд вимог, яким вона повинна задовольняти, а саме:

а) програма повинна включати тільки істотні ознаки, що характеризують досліджуваний об'єкт;

б) в програму не слід включати другорядні питання, які можуть ускладнити роботу зі збору інформації, а в подальшому її обробку та аналіз;

в) розробляючи програму, необхідно прагнути до повноти зібраних відомостей;

г) в програму спостереження повинні включатися тільки такі питання, на які дійсно можна отримати об'єктивні і досить точні відповіді;

д) в програму іноді слід включати питання контрольного характеру, що слугують цілям перевірки та уточнення зібраних відомостей.

Питання програми можуть доповнюватися варіантами відповідей. Вони можуть бути закритими або відкритими. Закриті передбачають ряд відповідей, з яких респондент повинен вибрати одну або кілька. При відкритих варіантах відповідей респондент може вибрати одну або кілька відповідей із пропонованого переліку або сформулювати на спеціально виділеному полі формуляра свою власну відповідь.

При плануванні обстеження, як правило, складають і програму розробки зібраних матеріалів, яка конкретизує завдання статистичного спостереження, показує, які дані необхідно збирати і в якому вигляді оформляти результати їх обробки.

Для запису відповідей на запитання програми конструюється **формуляр спостереження**. Формуляр спостереження розробляється спеціально для запису відповідей на питання програми і являє собою особливим чином розграфлений лист (листи) паперу, в якому міститься перелік питань програми, вільні місця для запису відповідей на них, а також для запису шифрів (кодів) відповідей.

Особливу увагу при розробці формуляра слід приділити формулюванню питань. Вони повинні бути сформульовані коротко і чітко, не повинні викликати різночитання. Крім питань програми формуляр включає в себе титульну і адресну частини. У титульній частині міститься найменування статистичного спостереження, вказується найменування органу, який проводить спостереження, ким і коли затверджений цей формуляр, іноді і номер, присвоєний йому в загальній системі формулярів спостережень, здійснюваних даним органом статистики. В адресній частині передбачається запис точної адреси одиниці або сукупності одиниць спостереження і ряд інших відомостей.

Однак наскільки чітко не було б складено формуляр, до нього зазвичай складається **інструкція**, яка включає сукупність роз'яснень і вказівок, головним чином за програмою статистичного спостереження. Інструкція може бути представлена у вигляді окремого документа (часто – брошури) або викладена на формулярі

спостереження. Інструкцію слід писати коротко, просто, пояснення і вказівки повинні бути ясними і чіткими.

При організації статистичного спостереження необхідно вирішити питання про час проведення даного спостереження, включаючи вибір сезону, встановлення терміну (періоду) спостереження, а в деяких випадках і так званого критичного моменту.

Період спостереження – це час, протягом якого здійснюється реєстрація ознак у одиниць спостереження за встановленою програмою. Тривалість періоду спостереження залежить від багатьох факторів, серед яких можна виділити: розмір і стан об'єкта спостереження, обсяг і складність програми спостереження.

Для найбільш рухливих об'єктів вивчення, таких, як населення, наприклад, встановлюється *критичний момент статистичного спостереження*. Критичним моментом називається момент часу, станом на який здійснюється реєстрація зібраних відомостей. На практиці критичний момент зазвичай призначається на початок періоду спостереження.

З метою успішного проведення спостереження розробляються організаційні питання плану статистичного спостереження, які фіксуються в організаційному плані.

Організаційний план передбачає вирішення таких питань:

- об'єкт спостереження (дається його визначення, опис, вказуються відмітні ознаки);
- цілі і завдання спостереження;
- орган спостереження, який здійснює підготовку та проведення спостереження;
- місце і терміни спостереження;
- підготовчі роботи до спостереження, що включають в себе підбір і навчання кадрів, складання списків одиниць досліджуваної сукупності, в деяких випадках ці роботи включають рекламну кампанію проведеного спостереження тощо;
- порядок проведення спостереження;
- порядок прийому і здачі матеріалів спостереження та подання попередніх і остаточних підсумків спостереження;
- фінансування та матеріально-технічне забезпечення робіт.

2.5. Контроль повноти, достовірності і порівнянності статистичних даних

Найважливішою вимогою статистичних досліджень є достовірність статистичних даних на всіх стадіях статистичної роботи і, перш за все, на стадії статистичного спостереження. Незважаючи на всі заходи, що вживаються для уникнення помилок в процесі спостереження, вони все одно можуть виникати. Необхідно знати причини виникнення помилок, щоб вміти їх виявити і усунути.

Помилками спостереження називаються розбіжності між даними спостереження і фактичними значеннями ознак досліджуваного явища.

Залежно від причин виникнення розрізняють наступні **види помилок**:

- помилки реєстрації;
- помилки репрезентативності (показовості).

Помилки реєстрації виникають при отриманні даних про окремі одиниці сукупності внаслідок неправильного встановлення фактів в процесі спостереження або неправильного їх запису. Вони поділяються на:

а) *випадкові*, які можуть бути допущені як опитуваними, так і реєстраторами. Вони є результатом дії різних випадкових факторів. У випадку великої кількості спостережень в результаті дії закону великих чисел ці помилки взаємно погашаються і не здійснюють істотний вплив на точність спостереження.

б) *систематичні*, які виникають з якоїсь певної причини і викликають однобічне перекручування значень ознаки, за якою ведеться спостереження (збільшення або зменшення). Вони дуже небезпечні, так як величина показника, розрахована в цілому за всією сукупністю включатиме накопичену помилку. Найбільш показовою систематичною помилкою є помилки при переписі населення, які полягають в тому, що населенню властиво округляти свій вік на цифри, що закінчуються на 5 або 0. До цього ж виду помилок можна віднести приховування реальних розмірів фінансових результатів виробничо-господарської діяльності

економічними суб'єктами, прагнення респондентів вказати занижене значення свого віку тощо.

Систематичні помилки можуть бути: *навмисні (свідомі) і ненавмисні*.

Причиною появи *ненавмисних помилок* є неправильне сприйняття спостережуваних фактів, несправність вимірювальних приладів і неправильна реєстрація. Наприклад, опитуваний міг обмовитися, реєстратор міг недочути або випадково переставити місцями цифри. Такі помилки легко вдається виявити в ході обробки первинних даних в силу безглуздості або малої ймовірності появи таких значень ознак. Так, сумнів викликають дані, що 15-річна дівчина має двох дітей тощо;

Навмисні помилки виникають унаслідок свідомого перекручування фактів. До них відносяться всілякі навмисні помилки і приписки, при яких опитуваний навмисно доводить до відома неправильні відомості; реєстратор навмисно впливає на респондента з метою отримання потрібної відповіді; реєстратор навмисно спотворює в формулярах результати спостереження. Прикладами систематичних помилок реєстрації при переписі населення можуть служити випадки заниження жінками свого віку. Також при спостереженнях населення має місце загальна тенденція до заниження респондентами відомостей на пряме запитання про рівень доходів або обсяг вживаних міцних спиртних напоїв тощо.

Помилки репрезентативності (показовості) характерні тільки для несучільного спостереження. Вони виникають в результаті того, що склад відібраної для обстеження частини одиниць сукупності (вибірки) не в повному обсязі відбиває склад і властивості всієї досліджуваної сукупності, незважаючи на те, що реєстрація відомостей за кожною відібраною одиницею була проведена точно.

Дані, отримані в результаті статистичного спостереження, повинні піддаватися ретельній перевірці з метою усунення помилок.

Процедура **контролю** зводиться до наступного:

1) *перевірка матеріалів спостереження на повноту і правильність оформлення*. Перевіряється повнота охоплення статистичних одиниць спостереження, правильність заповнення кожного формуляра;

2) *арифметичний (рахунковий) контроль* в основному полягає в перевірці підсумків і розрахунку показників. Цей вид контролю заснований на використанні кількісних зв'язків між показниками, які можуть бути перевірені арифметичними діями. Арифметичний контроль використовується для перевірки підсумкових даних, а з його допомогою встановлюється наявність помилки. Наприклад, квартальна звітність може бути перевірена за даними місячної звітності, а для перевірки достовірності місячної звітності або звітності іншої періодичності використовують первинні документи;

3) *логічний контроль* заснований на використанні логічного взаємозв'язку показників, встановлення логічної відповідності між ними. Він не виявляє помилки спостереження, а лише ставить під сумнів правильність отриманих даних. Логічний контроль полягає в перевірці відповідей на питання програми спостереження шляхом їх логічного осмислення або порівняння отриманих даних з іншими джерелами по даному питанню. Класичним прикладом логічного контролю є відповідність даних при переписі населення про вік, освіту і сімейний стан. Наприклад, якщо в переписному листі зареєстрований вік людини 12 років, а освіта – вища, то, безумовно, один з цих записів є хибним. Можливості логічного контролю досить великі і залежать від кваліфікації і досвіду особи, яка перевіряє правильність отриманих даних.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. *Статистичне спостереження – це ...*

- а) збір статистичної інформації;
- б) інформаційне забезпечення статистичного дослідження;
- в) планомірний, науково організований процес збирання даних щодо масових явищ і процесів шляхом їх реєстрації за спеціальною програмою;
- г) реєстрація статистичної інформації.

2. *Як співвідносяться між собою статистичне спостереження та безпосереднє сприйняття явищ за допомогою органів чуття?*

- а) статистичне спостереження ширше, ніж безпосереднє сприйняття явищ за допомогою органів чуття;
- б) статистичне спостереження вужче, ніж безпосереднє сприйняття явищ за допомогою органів чуття;
- в) статистичне спостереження збігається з безпосередньо спостереженням;
- г) немає правильної відповіді.

3. Яка ознака статистичного спостереження характеризує те, що воно охоплює велику кількість випадків прояву досліджуваного явища для отримання правдивих статистичних даних?

- а) систематичність;
- б) наукова організованість;
- в) масовість;
- г) планомірність.

4. Яка ознака статистичного спостереження характеризує те, що воно проводиться за розробленим планом, що включає питання методології, організації збору і контролю за достовірністю інформації?

- а) планомірність;
- б) масовість;
- в) систематичність;
- г) наукова організованість.

5. Яка ознака статистичного спостереження характеризує те, що воно проводиться систематично, або безперервно, або регулярно?

- а) наукова організованість;
- б) систематичність;
- в) масовість;
- г) планомірність.

6. Яка ознака статистичного спостереження характеризує те, що воно проводиться за спеціальною програмою

спостереження, з використанням якісних інструкцій та змісту анкет?

- а) наукова організованість;
- б) систематичність;
- в) масовість;
- г) планомірність.

7. Одиниця статистичного спостереження – це...

- а) носій ознак, що підлягають реєстрації;
- б) джерело отриманих відомостей;
- в) окрема одиниця сукупності;
- г) елемент сукупності.

8. Яке твердження є невірним?

а) розробляючи програму статистичного спостереження, не обов'язково прагнути до повноти зібраних відомостей;

б) в програму спостереження повинні включатися тільки такі питання, на які дійсно можна отримати об'єктивні і досить точні відповіді;

в) програма статистичного спостереження повинна включати тільки істотні ознаки, що характеризують досліджуваній об'єкт;

г) в програму статистичного спостереження не слід включати другорядні питання, які можуть ускладнити роботу зі збору інформації, а в подальшому її обробку та аналіз.

9. Помилками реєстрації називаються помилки, які...

а) виникають в результаті того, що склад відібраної для обстеження частини одиниць сукупності (вибірки) не в повному обсязі відбиває склад і властивості всієї досліджуваної сукупності;

б) виникають при отриманні даних про окремі одиниці сукупності внаслідок неправильного встановлення фактів в процесі спостереження або неправильного їх запису;

в) виникають в результаті використання недосконалих методик, неправильних теоретичних концепцій, що покладені в основі дослідження;

г) немає правильної відповіді.

10. Помилками репрезентативності називаються:

а) помилки, які виникають в результаті використання недосконалих методик, неправильних теоретичних концепцій, що полягають в основі дослідження;

б) помилки, які виникають при отриманні даних про окремі одиниці сукупності внаслідок неправильного встановлення фактів в процесі спостереження або неправильного їх запису;

в) помилки, які виникають в результаті того, що склад відібраної для обстеження частини одиниць сукупності (вибірки) не в повному обсязі відбиває склад і властивості всієї досліджуваної сукупності;

г) немає правильної відповіді.

11. Опис нових технологій, виробництва окремих видів продукції, передового досвіду тощо є прикладами:

а) вибіркового спостереження;

б) монографічного спостереження;

в) опитування основного масиву;

г) анкетного опитування.

12. Спостереження за торгівлею на ринках у містах, де мешкає більшість міського населення, є прикладом:

а) вибіркового спостереження;

б) монографічного спостереження;

в) опитування основного масиву;

г) анкетного опитування.

13. Спостереження, яке ведеться безперервно, і реєстрація фактів проводиться у міру їх звершення:

а) поточне;

б) періодичне;

в) одноразове;

г) багаторазове.

14. Реєстрація кількості працівників підприємства на кінець місяця є прикладом:

а) поточного спостереження;

- б) періодичного спостереження;
- в) одноразового спостереження;
- г) немає правильної відповіді.

15. Перепис населення є прикладом:

- а) поточного спостереження;
- б) періодичного спостереження;
- в) одноразового спостереження;
- г) немає правильної відповіді.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Назвіть основні риси статистичного спостереження.
2. Як співвідносяться між собою статистичне спостереження і безпосереднє спостереження? В чому полягають спільні та відмінні риси між ними?
3. Які вимоги висуваються до статистичних даних?
4. Перелічіть види несучільних спостережень. Поясніть, в чому полягає різниця між ними? Наведіть приклади кожного з цих видів.
5. Вирішення яких питань передбачає програмно-методологічна частина плану статистичного спостереження?
6. Поясніть, в чому полягає основна відмінність між одиницею спостереження та одиницею сукупності? Наведіть приклад.
7. Вирішення яких питань передбачає організаційний план статистичного спостереження?
8. Чим відрізняються між собою помилки реєстрації та помилки репрезентативності? Наведіть приклад.
9. Перелічіть види контролю даних, отриманих в результаті статистичного спостереження.

ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ МАТЕРІАЛІВ МАСОВОГО СТАТИСТИЧНОГО СПОСТЕРЕЖЕННЯ

- 3.1. Зведення статистичних даних.
- 3.2. Сутність і види статистичних групувань.
- 3.3. Етапи побудови групувань.
- 3.4. Ряди розподілу.

3.1. Зведення статистичних даних

Першим (початковим) етапом статистичного вивчення масових явищ є *статистичне спостереження*, тобто процес збору різних відомостей про них за певним планом. В результаті статистичного спостереження отримують масу первинних (початкових) даних про одиниці сукупності, які поки що практично ні про що не говорять досліднику. Початкової інформації багато, вона різноманітна і різнорідна. Тобто первинні дані, без їх попередньої обробки, не дають можливість зробити якісь висновки про досліджуваний об'єкт або виявити закономірності соціально-економічних явищ.

Тому наступний етап статистичного дослідження полягає в систематизації первинних даних і отримання на цій основі узагальнюючих показників, які характеризують об'єкт вивчення в цілому. Процес систематизації та узагальнення матеріалів статистичного спостереження називається **статистичним зведенням**.

У процесі зведення здійснюється якісний перехід від даних, які характеризують окремі одиниці спостереження, до даних, які характеризують всю досліджувану сукупність.

Наприклад, за даними про успішність окремих здобувачів вищої освіти можна зробити висновок про успішність у закладі вищої освіти. Тільки лише узагальнивши і систематизувавши результати спостережень, можна зробити висновки про успішність в цілому, а також її тенденції та закономірності.

Головним завданням зведення є отримання узагальнюючих статистичних показників, які розкривають сутність соціально-економічних явищ і певних закономірностей.

За складністю обробки первинного матеріалу зведення буває простим і складним.

1. *Просте* полягає в підрахунку загальних підсумків за сукупністю, яка вивчається, без систематизації матеріалів статистичного спостереження. Тобто просте зведення – це підрахунок підсумків статистичного спостереження.

2. *Складне* передбачає комплекс операцій, які включають:

- групування первинних матеріалів;
- підрахунок підсумків за кожною групою і сукупністю в цілому;
- представлення результатів зведення і групування у вигляді статистичних таблиць.

3.2. Сутність і види статистичних групувань

В процесі обробки та узагальнення первинної інформації просте зведення використовується рідко. Часто виникає необхідність виділення однорідних груп даних за певною ознакою для отримання необхідних аналітичних показників. Таким чином, частіше використовується складне зведення, яке враховує групування початкової інформації.

Групування – це процес розподілу сукупності на однорідні групи за певною ознакою. Групування – один з найважливіших етапів статистичного дослідження, центральний момент будь-якого зведення і один з основних прийомів статистики.

Переваги групування полягають в тому, що воно дає можливість:

- виявити перехід кількісних змін явища в якісні;
- виявити закономірності змін і розвитку соціально-економічних явищ, а також можливість застосування інших статистичних методів.

Ознаки, за якими проводиться розподіл одиниць сукупності на групи, називаються групувальними, або основою групування. Вибір ознак групування визначається метою і завданнями дослідження.

За допомогою групувань в статистиці вирішують різні конкретні *завдання*, які в кінцевому підсумку можна звести до трьох основних:

- виділення соціально-економічних типів явищ;
- характеристика структури досліджуваного явища;

– характеристика взаємозв'язків між варіюючими ознаками.

Відповідно до завдань, що вирішуються, групування поділяються на *типологічні, структурні та аналітичні*.

Перше завдання – виділення соціально-економічних типів явищ – вирішується за допомогою типологічних групувань.

Типологічне групування – це поділ якісно різнорідної досліджуваної сукупності на однорідні групи одиниць відповідно до соціально-економічних типів. Наприклад, групування населення за соціальним статусом, статтю, віком, рівнем освіти, групування підприємств і організацій за формами власності, галузевою приналежністю.

Структурним групуванням називається групування, в якому відбувається поділ однорідної сукупності на групи, що характеризують її структуру за якою-небудь варіюючою ознакою. Наприклад, групування населення за розміром доходу. Аналіз структурних групувань, взятих за ряд періодів або моментів часу, показує зміни структури досліджуваних явищ, тобто структурні зрушення. У зміні структури суспільних явищ відображаються найважливіші закономірності їх розвитку.

Аналітичне (факторне) групування – дозволяє виявити взаємозв'язок між досліджуваними явищами та його ознаками.

У статистиці ознаки діляться на факторні і результативні. *Факторними* називаються ознаки, під дією яких змінюються інші – *результативні* ознаки. Взаємозв'язок в тому, що зі зростанням значення факторної ознаки систематично зростає чи знижується значення результативної ознаки.

Особливостями аналітичного групування є те, що, по-перше, одиниці групуються за факторною ознакою, і, по-друге, кожна група характеризується середніми величинами результативної ознаки.

Всі розглянуті групування об'єднує те, що одиниці об'єкта розподілені на групи за певною ознакою.

Групування, в якому групи утворені за однією ознакою, називається **простим**.

Комбінаційним називається групування, у якому розчленування сукупності на групи проводиться за двома і більше ознаками, взятими в поєднанні. Спочатку групи формуються за однією ознакою, потім групи поділяються на підгрупи за іншою

ознакою тощо. Таким чином, комбінаційні групування дають можливість вивчити одиниці сукупності одночасно за кількома ознаками.

Розмежування трьох видів групувань є досить умовним. У багатьох випадках одне і те ж групування дає можливість виявити типи явищ, охарактеризувати їх структуру і констатувати наявність певного взаємозв'язку між ознаками.

3.3. Етапи побудови групувань

Процес побудови групувань включає наступні етапи.

1-й етап. Визначення складу ознак групування.

В основу групування найчастіше покладена факторна ознака.

2-й етап. Визначення кількості груп.

Якщо ознака групування атрибутивна (якісна), то всю сукупність ділимо на стільки груп, скільки значень приймає атрибутивна ознака. Так, групування співробітників компанії за статтю може містити тільки дві групи: «жіноча» і «чоловіча», так як ознака «стать» за своєю сутністю має тільки ці дві градації.

Якщо ознака групування альтернативна (приймає тільки два значення), то сукупність ділимо на дві групи.

Якщо ознака групування кількісна, то оптимальну кількість груп можна визначити за формулою Стерджесса:

$$K = 1 + 3,322 \cdot \lg n, \quad (3.1)$$

де K – число груп;

n – число одиниць сукупності.

Отриману за цією формулою величину n округлюють до цілого більшого числа, оскільки кількість груп не може бути дробовим числом.

При невеликому обсязі інформації (чисельності одиниць в сукупності) число груп може бути встановлено дослідником без використання формули Стерджесса.

3-й етап. Визначення інтервалу групування.

Інтервал – це величина окремих груп або підгруп, виділених за кількісною ознакою.

Розрізняють відкриті і закриті інтервали. *Відкритими*

інтервалами називаються такі, у яких вказана лише одна (верхня і нижня) межа. *Закритими* інтервалами називаються такі, у яких вказана верхня і нижня межі.

Відкриті інтервали застосовуються, як правило, в тих випадках, коли ознака змінюється нерівномірно або в широких межах, і якісної різниці при цьому не спостерігається.

Намічені інтервали можуть відрізнятися за величиною на рівні і нерівні.

Рівними називаються такі інтервали, у яких різниці між межами інтервалів однакові. У нерівних інтервалів різниці між межами неоднакові. Рівні інтервали використовуються для явищ стабільних, ознаки яких змінюються в обмежених межах. Так як більшість суспільних явищ значно змінюється, то при типологічному їх групуванні застосовуються нерівні інтервали.

Спеціалізованими називаються такі інтервали, які слугують для виділення одних і тих самих типів за одними і тими самими ознаками явищ, що знаходилися в різних умовах.

Довжина інтервалу визначається за формулою:

$$\Delta_x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{K}, \quad (3.2)$$

де x_{\max} та x_{\min} – відповідно максимальне і мінімальне значення ознаки.

4-й етап. Визначення відкритих і закритих інтервалів.

Відкриті – це ті інтервали, у яких вказана тільки одна межа: верхня – у першого, нижня – у останнього.

Наприклад: групи працівників підприємства за віком (років):

до 25 – відкритий інтервал;

25-30 – закритий;

30-40 – закритий;

40-50 – закритий.

Відкриті інтервали можуть бути записані у вигляді закритих, при цьому довжину відкритих інтервалів приймаємо рівною довжині сусідніх з ними інтервалів.

У нашому прикладі, оскільки другий інтервал включає 5 одиниць ($30 - 25 = 5$), то довжина першого інтервалу також дорівнює 5, тобто від 20 до 25.

Отримали: 20-25; 25-30; 30-40; 40-50; 50-60 (верхня межа останнього інтервалу 60, так як довжина передостаннього інтервалу 10 одиниць).

5-й етап. Розподіл одиниць сукупності за групами.

3.4. Ряди розподілу

В результаті масового статистичного спостереження ми отримуємо деякий числовий матеріал, який дає чисельну характеристику досліджуваної сукупності.

Одиниці статистичної сукупності відрізняються одна від одної за певними ознаками. Упорядкована за якоюсь ознакою статистична сукупність являє собою **статистичний ряд**.

Залежно від способу їх побудови розрізняють два основних типи статистичних рядів. Якщо в якості ознаки впорядкованого статистичного ряду виступає період часу, то ми отримуємо *ряд динаміки*. Якщо в якості ознаки впорядкування виступає ознака, що характеризує зміну явища або процесу виробництва в просторі, то отримуємо *ряд розподілу*.

Рядом розподілу в статистиці називається упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за будь-якою ознакою. Залежно від характеру ознаки розрізняють атрибутивні і варіаційні ряди розподілу.

Розподіл одиниць сукупності за атрибутивними ознаками утворює **атрибутивний ряд розподілу**. Прикладом такого ряду може бути розподіл населення країни за місцем проживання на міське і сільське, за статтю – на дві групи: чоловіки і жінки; за джерелами існування тощо. Атрибутивні ряди розподілу показують склад сукупності за тими чи іншими істотними ознаками.

Розподіл одиниць сукупності за кількісними ознаками утворює **варіаційні ряди розподілу**. Прикладом варіаційного ряду розподілу є ряд значень продуктивності праці робітників: 90 75 85 84 83 84 76 76 74 81 78 83 78 82 81 75 92 76 95 92 73 85 89 78 90 75 83 73 91 74 79 83 81 88 76 83 79 81 80 77 76 79 81 79 76 83 84 77 86 83 77 82 85 84 85 83 82 83 78 84 81 82 89 78 74 76 79 84 74 80 71 83 88 75 86 78 86 76 80 87 83 87 73 84 82 85 85 79 73 75 84 79 81 86 84 82 90.

У варіаційному ряді розрізняють два його елемента: варіанти і

частоти. У нашому прикладі варіанти дано у вигляді чисел: 90, 75, 85 і тощо. Числа, які показують, як часто зустрічається та чи інша варіанта в ряді розподілу, називаються частотами. Так, перша варіанта (90) зустрічається в нашому ряді три рази – її частота дорівнює 3, друга варіанта – 75 – має частоту 5 тощо.

Якщо частоти подані у відносних величинах (у відсотках, в частках одиниці тощо), то вони називаються **частостями**.

Варіаційні ряди бувають інтервальними і дискретними. **Інтервальні варіаційні ряди** – це такі ряди, де значення варіанти ознаки групування подано у вигляді інтервалів.

Приклад інтервального ряду наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Розподіл здобувачів вищої освіти за зростом

Зріст, см (x)	160-170	170-180	180-190	190-200
Кількість здобувачів, чол. (F)	9	19	14	3

Дискретні варіаційні ряди характеризуються тим, що варіанти в них мають строго певне значення.

Приклад: розподіл чоловічих костюмів, реалізованих магазинами за місяць, за розмірами (табл. 3.2).

Таблиця 3.2 – Розподіл чоловічих костюмів, реалізованих магазинами за місяць, за розмірами

Розмір костюма	Кількість проданих костюмів, шт.
44	12
46	31
48	127
50	215
52	164
54	91
56	47
58	28
60	11
Разом	726

Ряд розподілу, в якому варіанти розташовуються за їх

числовим значенням в порядку убутання або зростання, називається **ранжованим**. Взятий в якості прикладу ряд розподілу може бути проранжованим: 71, 73, 73, 73, 73, 74, 74, 74, 74, 75, 75, 75, 75, 75, 76, 76, 76, 76, 76, 76, 76, 76, 77, 77, 77, 78, 78, 78, 78, 78, 78, 79, 79, 79, 79, 79, 79, 80, 80, 80, 81, 81, 81, 81, 81, 81, 81, 81, 82, 82, 82, 82, 82, 82, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 84, 84, 84, 84, 84, 84, 84, 84, 84, 85, 85, 85, 85, 85, 85, 86, 86, 86, 86, 86, 87, 87, 88, 88, 89, 89, 90, 90, 90, 91, 92, 92, 95.

Переваги ранжованого ряду:

1) демонструє максимальне і мінімальне значення ознаки в сукупності;

2) демонструє, як розташовуються інші варіанти при одночасному розгляді всієї сукупності.

Для характеристики варіації ознаки в ряді розподілу вдаються до його графічного зображення.

У дискретних рядах розподіл ознаки зображується як ряд перпендикулярних ліній до відповідних значень варіант, при цьому висота цих ліній визначається частотою даних варіант. Якщо кінці цих ліній з'єднати прямими, то отриманий графік буде називатися **полігоном розподілу**.

Інтервальні ряди розподілу графічно подаються у вигляді **гістограми розподілу** (рис. 3.1).

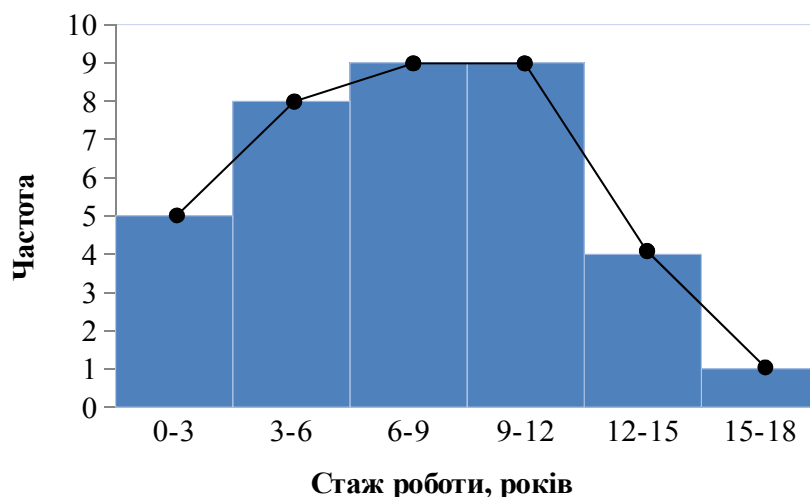


Рис.3.1. Гістограма та полігон розподілу працівників підприємства за стажем роботи

Графічно інтервальний ряд зображується у вигляді ряду прямокутників, побудованих за віссю X . Ширина їх дорівнює довжині інтервалу, а висота відповідає частоті.

Інтервальні ряди розподілу можуть бути також представлені у вигляді полігону розподілу, який будується у вигляді ліній, що з'єднують середини верхніх сторін прямокутників (рис. 3.1).

Ряди розподілу можуть бути також зображені графічно у вигляді кумуляти накопичених частот (рис. 3.2).

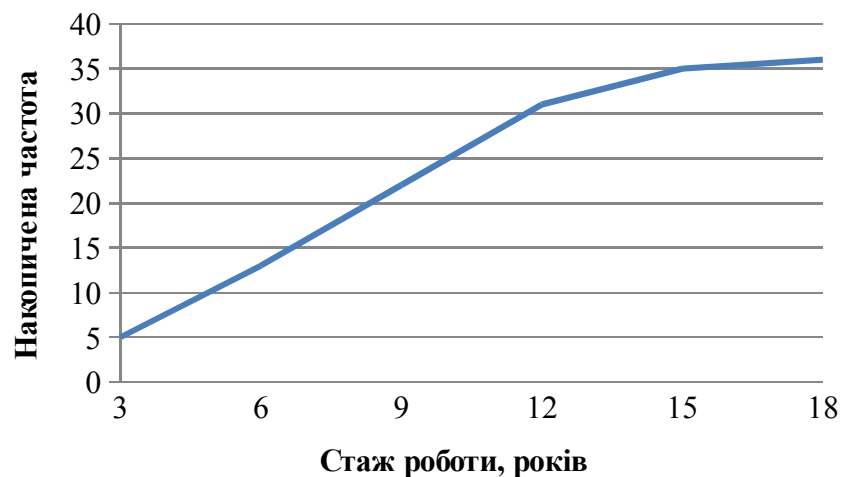


Рис.3.2. Кумулята розподілу працівників підприємства за стажем роботи

Зображення ряду розподілу у вигляді кумуляти доцільно в тому випадку, якщо необхідно визначити число випадків, нижче або вище певного рівня.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. До завдань групування не належить:

- а) виявлення соціально-економічних типів явищ;
- б) отримання статистичних даних;
- в) дослідження взаємозв'язку і залежності між ознаками;
- г) вивчення структури та структурних зрушень.

2. Групування, яке вивчає взаємозв'язки між явищами і вплив однієї ознаки на іншу, називається:

- а) структурним;

- б) аналітичним;
- в) типологічним;
- г) немає вірної відповіді.

3. До елементів статистичного зведення не відносяться:

- а) розробка системи показників;
- б) табличне і графічне оформлення одержаних даних;
- в) статистичне групування;
- г) статистичне спостереження.

4. Види групувань залежно від вирішуваних ними завдань, це:

- а) варіаційні;
- б) результативні і факторні;
- в) структурні, аналітичні і типологічні;
- г) результативно-факторні.

5. Що таке статистичне групування?

- а) розподіл статистичної сукупності на частини (групи) за рядом характерних для них ознак;
- б) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях;
- в) побудова варіаційного ряду;
- г) раціональна форма викладання результатів обстеження явищ.

6. Який(-і) інтервал(-и) з представлених є відкритим(-и)?

- а) до 30;
- б) 30-40;
- в) 40-50;
- г) понад 50.

7. Який(-і) інтервал(-и) з представлених є закритим(-и)?

- а) до 30;
- б) 30-40;
- в) 40-50;
- г) понад 50.

8. *Закритими вважаються інтервали:*

- а) у яких різниця між верхньою і нижньою межею неоднакова;
- б) у яких нижня та верхня межі невідомі;
- в) у яких визначені верхня та нижня межі;
- г) немає правильної відповіді.

9. *Ряд розподілу складається з двох елементів:*

- а) підмета та присудка;
- б) рівнів ряду та періодів часу;
- в) частот та рівнів ряду;
- г) варіант та частот.

10. *Структурне групування використовується для:*

- а) розподілу якісно неоднорідної сукупності на однорідні класи, типи, групи;
- б) вивчення складу однорідної сукупності за певними ознаками;
- в) для виявлення наявності та напрямку зв'язку між ознаками;
- г) для вивчення розвитку явища.

11. *Типологічне групування використовується для:*

- а) вивчення складу однорідної сукупності за певними ознаками;
- б) розподілу якісно неоднорідної сукупності на однорідні класи, типи, групи;
- в) для виявлення наявності та напрямку зв'язку між ознаками;
- г) для вивчення розвитку явища.

12. *Якщо кількість досліджуваних одиниць сукупності становить 50, то кількість груп за формулою Стерджесса повинна становити:*

- а) 4;
- б) 5;
- в) 6;
- г) 7.

13. Групування співробітників підприємства за статтю – це приклад наступного виду групування:

- а) структурного;
- б) аналітичного;
- в) типологічного;
- г) немає вірної відповіді.

14. Якою є частота варіанти 83 у варіаційному ряді розподілу:
78 90 75 83 73 91 74 79 83 81 88 76 83 79 81 80 77 76 79 81 79 76 83?

- а) 4;
- б) 5;
- в) 3;
- г) 2.

15. Якщо максимальне значення досліджуваної ознаки становить 100, мінімальне – 35, а кількість груп – 5, то довжина інтервалу становить:

- а) 10;
- б) 15;
- в) 13;
- г) 12.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В чому полягає відмінність між простим та складним зведенням?
2. Перелічіть основні етапи зведення.
3. Які види групувань розрізняють у відповідності до вирішуваних завдань? Наведіть приклади кожного виду групування.
4. Які Ви знаєте елементи варіаційного ряду?
5. За допомогою яких графіків відображаються ряди розподілу?

ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ ПОКАЗНИКИ

4.1. Абсолютні і відносні величини.

4.2. Сутність і види середніх величин, теоретичні основи їх обчислення.

4.3. Середня арифметична величина, її види, властивості і правила розрахунку.

4.4. Середня гармонійна величина.

4.5. Середня квадратична величина.

4.6. Середня геометрична величина.

4.7. Медіана.

4.8. Мода.

4.1. Абсолютні і відносні величини

В результаті розчленування досліджуваного явища на частини і підрахунку підсумків за кожною групою отримують числа, які характеризують ту чи іншу особливість досліджуваної сукупності явищ і називаються **узагальнюючими статистичними показниками**.

Узагальнюючі статистичні показники складаються з індивідуальних показників за окремими одиницями спостережень. Наприклад, обсяг продукції галузі є узагальнюючим показником. Він характеризує закономірності розвитку цієї галузі. Але це не означає, що дослідника не повинні цікавити показники за окремими підприємствами цієї галузі. Індивідуальні показники важливі хоча б тому, що з них складаються узагальнюючі; вони потрібні для оцінки діяльності підприємств тощо. Узагальнюючі статистичні показники є науковими абстракціями. У них відбивається щось спільне, що є в кожному окремому, реалізується діалектичний зв'язок загального і приватного.

Узагальнюючі статистичні показники можуть бути поділені на дві великі групи: об'ємні та якісні. Об'ємні показники обчислюються за первинними ознаками, а якісні – за вторинними.

Об'ємні (абсолютні) узагальнюючі показники характеризують обсяг, масу суспільних явищ, вони отримуються як підсумок безпосереднього підрахунку або підсумовування

статистичних даних. До них відносяться, наприклад, кількість фабрик і заводів, фонд заробітної плати тощо. Значення об'ємних узагальнюючих показників представляються у вигляді абсолютних величин.

В умовах конкретного акту дослідження абсолютні величини можуть характеризувати як кількість одиниць сукупності, так і обсяг одиниць сукупності.

Абсолютні величини можуть бути виміряні в натуральних, умовно-натуральних і грошових одиницях.

Натуральні одиниці виміру застосовуються для обчислення величин з однорідними властивостями (наприклад, штуки, тонни, метри тощо). Перевагою натуральних вимірників є їх простота, зрозумілість. Їх недолік полягає в тому, що вони не дозволяють підсумувати різнорідні величини. Наприклад, є результати випуску продукції підприємства (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Результати випуску продукції підприємства

Види продукції	Випуск, од.		Ступінь виконання плану, %
	план	факт	
Телевізори	100	96	96,0
Комп'ютери	60	67	111,7

На основі представлених даних можна зробити висновок про ступінь виконання плану за обсягом випуску в цілому за підприємством, так як неможливо безпосередньо підсумувати телевізори і комп'ютери.

У таких випадках використовуються умовно-натуральні і вартісні одиниці виміру абсолютних величин. При умовно-натуральному методі вимірювання абсолютних величин різнорідні натуральні вимірники приводяться до єдиного виміру за допомогою коефіцієнтів приведення:

$$P_{\text{ум}} = \sum_{i=1}^n K_i \cdot P_i, \quad (4.1)$$

де $P_{\text{ум}}$ – обсяг абсолютних величин в умовно-натуральному вимірі;

P_i – обсяг абсолютних величин i -го виду в натуральному вимірі;

K_i – коефіцієнт приведення i -го натурального вимірника в умовні одиниці.

Коефіцієнти приведення визначаються як співвідношення між різними показниками, що характеризують натуральні вимірники: вартість, собівартість, нормативна трудомісткість тощо, тобто:

$$K_i = \frac{X_i}{X_6}, \quad (4.2)$$

де X_i і X_6 – значення ознаки, відповідно в i -го і базисного виду натурального вимірника.

В якості базисного натурального вимірника приймається вимірювач, що найбільш повно характеризує досліджувану статистичну сукупність.

Натуральні одиниці перераховуються в умовно-натуральні шляхом вираження різновидів явища в одиницях будь-якого зразка.

Наприклад:

– різні види органічного палива переводяться в умовне паливо з теплотою згоряння 29,3 МДж / кг;

– мило різних сортів – в умовне мило з 40% вмістом жирних кислот;

– консерви різного об'єму – в умовні консервні банки об'ємом 353,4 см³;

– для підрахунку загального обсягу роботи транспорту складають тонно-кілометри перевезених вантажів і пасажиро-кілометрів, вироблених пасажирським транспортом, умовно порівнюючи при цьому перевезення одного пасажера до перевезення однієї тонни вантажу тощо.

Приклад. Знайти умовно-натуральну величину.

Припустимо, картонно-паперова фабрика виробляє зошити:

12 аркушів – 1000 шт.;

24 аркуша – 200 шт.;

48 аркушів – 50 шт.;

96 аркушів – 100 шт.

Рішення:

Задаємо еталон – 12 аркушів. Розраховуємо коефіцієнт перерахунку:

$$12/12 = 1$$

$$24/12 = 2$$

$$48/12 = 4$$

$$96/12 = 8$$

Відповідь: умовно-натуральна величина = $1000 \cdot 1 + 200 \cdot 2 + 50 \cdot 4 + 100 \cdot 8 = 2400$ зошитів 12 аркушів.

Грошові одиниці вимірювання використовуються для характеристики у вартісному вираженні багатьох статистичних показників: обсягу продукції, товарообігу, доходів, витрат населення тощо. Широке поширення грошових одиниць вимірювання пояснюється тим, що саме, переходячи від натуральних вимірників до грошових, досягається можливість їх порівняння, узагальнення, зіставлення найрізноманітніших величин. Складність же в їх застосуванні полягає в тому, що з плином часу, особливо в умовах інфляції, ціни на товари, роботи, послуги змінюються, і сумарні величини, отримані шляхом оцінки, стають несумісними. Це долається шляхом застосування порівняних цін, тобто шляхом переоцінки сумарних величин в ціни одного і того ж періоду (часу).

Абсолютні величини можуть бути **моментними** або **інтервальними**. **Моментні абсолютні величини** показують рівень досліджуваного явища або процесу на певний момент часу або дату (наприклад, вартість основних засобів на перше число місяця). **Інтервальні абсолютні величини** – це підсумковий накопичений результат за певний період (інтервал) часу (наприклад, зарплата за місяць, квартал або рік). Інтервальні абсолютні величини, на відміну від моментних, допускають подальше підсумовування.

Сама по собі абсолютна величина не дає повного уявлення про досліджуване явище, не показує його структуру, співвідношення між окремими частинами, розвиток у часі. У ній не виявлено співвідношення з іншими абсолютними показниками. Ці функції виконують визначені на основі абсолютних величин відносні показники.

Відносна величина в статистиці – це узагальнюючий показник, який дає числову міру співвідношення двох порівнюваних

абсолютних величин. Так як багато абсолютних величин є взаємопов'язаними, то і відносні величини одного типу в ряді випадків можуть визначатися через відносні величини іншого типу.

Відносні величини, як правило, виражають співвідношення сумарних та індивідуальних абсолютних величин. Так, питома вага працівників, які виконали планові завдання, являє собою відношення працівників, які виконали план, до загальної чисельності працівників. Вони знаходять своє вираження у вигляді коефіцієнтів або у формі відсоткових співвідношень.

За змістом, тобто в залежності від того, які співвідношення виражають відносні величини, вони поділяються на такі основні види:

- відносні величини динаміки;
- відносні величини виконання плану і планового завдання;
- відносні величини просторового порівняння;
- відносні величини координації;
- відносні величини інтенсивності;
- відносні величини структури.

Відносна величина (показник) динаміки

Відносна величина (показник) динаміки являє собою відношення рівня досліджуваного явища або процесу за даний період до рівня цього ж процесу або явища в минулому.

Показник динаміки = рівень поточного періоду / рівень попереднього періоду

Відносна величина динаміки характеризує інтенсивність, структуру, динаміку економічних явищ, показує у скільки разів поточний рівень перевищує попередній (базисний). Величина динаміки називається коефіцієнтом зростання, якщо виражена кратним відношенням, або темпом зростання, якщо виражена у відсотках. Відносна величина динаміки характеризує швидкість розвитку явища або темпи зміни явища у часі.

Темп зростання – це величина динаміки, виражена у відсотках.

Темп приросту – це величина приросту відносної величини динаміки у відсотках.

Приклад. У 2019 році чисельність персоналу становила 120 чол., а у 2020 році – 130 чел.

Рішення: $VVD = (130/120) \cdot 100\% = 108,3\% - 100\% = 8,3\%$.
Чисельність працівників у 2020 році збільшилася на 8,3% в порівнянні з минулим роком.

Відносна величина виконання плану

Відносна величина виконання плану (показник виконання плану) характеризує ступінь реалізації плану:

ВВП = фактичний рівень поточного періоду / план поточного періоду

Приклад. У 2019 році чисельність персоналу становила 120 чол. У 2020 році планувалося скорочення виробництва і доведення чисельності до 100 чол. Але чисельність працівників за рік збільшилася за рік до 130 чол.

Рішення: $VVP = (130/100) \cdot 100\% = 130\% - 100\% = 30\%$.
Фактична чисельність працівників перевищила запланований рівень на 30%.

Відносна величина планового завдання

Відносна величина планового завдання (показник планового завдання) являє собою відношення планованого рівня показника до його рівня, досягнутого в попередньому періоді (або в періоді, що розглядається як базисний).

Відносна величина планового завдання характеризує перспективу розвитку явища:

ВВПЗ = плановий рівень на майбутній (наступний) період / фактичний рівень поточного (попереднього) періоду

Приклад. В 2019 році чисельність персоналу становила 120 чол. в 2020 році планувалося скорочення виробництва і доведення чисельності до 100 чол.

Рішення: $VVPZ = (100/120) \cdot 100\% = 83,3\% - 100\% = -16,7\%$.
Підприємство планувало скорочення чисельності персоналу на 16,7%.

Між відносною величиною планового завдання та відносною величиною виконання плану існує взаємозв'язок, виражений формулою: **$VVP = VVD / VVPZ$**

Приклад. Підприємство планувало знизити собівартість на 6%. Фактичне зниження в порівнянні з минулим роком склало 4%. Як було виконано план зі зниження собівартості?

Рішення:

$$\text{ВВД} = (96/100) \cdot 100\% = 96\% - 100\% = - 4\%$$

$$\text{ВВПЗ} = (94/100) \cdot 100\% = 94\% - 100\% = - 6\%$$

$\text{ВВП} = 96\% / 94\% = 102,1\% - 100\% = -2,1\%$ план зі зниження собівартості не виконаний, тому фактичний рівень перевищив запланований на 2,1%.

Відносні величини просторового порівняння

Відносні величини просторового порівняння характеризують порівняльні розміри однойменних абсолютних величин, що відносяться до одного і того ж моменту або періоду часу, але до різних об'єктів або територій. Вони мають широке застосування в міжнародних порівняннях. За допомогою цих величин порівнюються обсяги продукції, чисельність працюючих різних країн, різних районів, різних підприємств.

$$K_{\text{пор}} = \frac{\text{обсяг сукупності } A_i}{\text{обсяг сукупності } A_j} \quad (4.3)$$

Приклад. Населення м. Харкова в 2020 році склало 1,443 млн. чол., а населення м. Одеси в цьому ж році склало 1,018 млн. чол.

Тобто, населення Харкова більше населення Одеси в 1,42 рази.

Відносна величина координації

Відносна величина координації – являє собою співвідношення частин сукупності між собою. При цьому в якості бази порівняння вибирається та частина, яка має найбільшу питому вагу або є пріоритетною з економічної, соціальної або будь-якої іншої точки зору.

ВВК = показник, що характеризує частину сукупності / показник, що характеризує частину сукупності, обрану за базис порівняння

Відносна величина координації показує, у скільки разів одна частина сукупності більше або менше іншої, прийнятої за базу порівняння, або скільки відсотків від неї становить, або скільки одиниць однієї частини цілого припадає на 1, 10, 100, 1000, ..., одиниць іншої (базисної) частини. Наприклад, станом на 1 грудня 2019 в Україні проживало 20,009 мільйонів жінок і 17,28 мільйонів чоловіків, отже, на 1000 чоловіків припадало $(20,009 / 17,28) \cdot 1000$

= 1158 жінок. Аналогічно можна розрахувати, скільки на 10 (100) інженерів приходить техніків; кількість хлопчиків, що припадають на 100 дівчаток серед новонароджених тощо.

Відносна величина інтенсивності

Відносна величина інтенсивності є результатом зіставлення (відношення) різнойменних абсолютних величин, які належать до різних, але пов'язаних у своєму розвитку сукупностей. Величина інтенсивності характеризує ступінь розвитку, поширеності будь-якого явища в певному середовищі. Так, при вивченні демографічних процесів розраховуються показники народжуваності, смертності, природного приросту населення тощо як відношення кількості народжених (померлих) або величини природного приросту населення за рік до середньорічної чисельності населення даної території в розрахунку на 1000 осіб. Відносні величини інтенсивності поділяються на прямі та зворотні. Якщо обчислений показник буде зростати зі зростанням інтенсивності досліджуваного явища, то він називається *прямим*. *Зворотний* же показник дає протилежну картину: інтенсивність досліджуваного явища зростає, а показник, який відображає це явище, знижується. Так, наприклад, рівень використання основних засобів може бути представлений прямим показником або зворотним показником, в якому чисельник і знаменник міняються місцями. У першому випадку показник використання основних засобів – фондovіддача, у другому випадку – фондомісткість. Збільшення прямого показника говорить про підвищення рівня використання основних засобів, в той час як збільшення зворотного показника означає зниження рівня використання засобів.

Приклад. Визначити продуктивність праці 100 робітників, якщо загальний обсяг готової продукції складає 1200 виробів.

$$K_{\text{інт}} = \frac{1200}{100} = 12$$

Отже, продуктивність праці становить 12 деталей на 1 робітника.

Відносна величина структури

Відносна величина структури – це відношення частини до цілого або питома вага частини в загальному обсязі ознаки або

сукупності.

Характеризує склад досліджуваної сукупності (частку, питому вагу елементів). Обчислюється як відношення абсолютної величини частини сукупності до абсолютної величини всієї сукупності:

$$K_{\text{стр}} = \frac{\text{величина досліджуваної частини сукупності}}{\text{величина всієї сукупності}} \cdot 100, \% \quad (4.4)$$

Приклад 1. У групі здобувачів вищої освіти 27 осіб, з них 9 – чоловіки. Визначимо відносну величину структури групи.

$$K_{\text{стр}} = \frac{9}{27} \cdot 100 = 33,3 \%$$

У групі 33,3% – чоловіки і 66,7% – жінки.

Приклад 2. На підприємстві працюють 100 менеджерів, 20 кур'єрів і 10 керівників. Всього 130 чол.

– частка кур'єрів = $(20/130) \cdot 100\% = 15\%$

– частка менеджерів = $(100/130) \cdot 100\% = 77\%$

– частка керівників = $(10/130) \cdot 100\% = 8\%$.

Сума часток за всіма працівниками повинна дорівнювати 100% або одиниці.

4.2. Сутність і види середніх величин, теоретичні основи їх обчислення

Одним із завдань статистичного дослідження є з'ясування особливої риси даної маси явищ, її ознак. Цілий ряд ознак, притаманних окремим одиницям сукупності, розрізняється за величиною. Так, наприклад, працівники підприємства розрізняються за віком, стажем роботи, заробітною платою тощо. Попри всю різноманітність розмірів ознаки в окремих одиниць сукупності, існують якісь характерні розміри ознаки. Ці характерні для всіх одиниць сукупності розміри ознаки виражаються в статистиці за допомогою середніх величин.

Середні величини – це узагальнюючі показники, які виражають типові розміри варіюючих ознак суспільних явищ.

Види середніх величин

Нехай є n значень ознаки X : X_1, X_2, \dots, X_n . Середня сукупності цих чисел є результатом дії, що здійснюється над цими величинами відповідно до заданих правил. Залежно від форми завдання цих правил розрізняють аналітичні і параметричні середні величини.

Аналітичні середні величини – розраховуються на підставі всіх значень ознаки за допомогою певних математичних формул, тобто аналітичних залежностей.

Параметричні середні величини – розраховуються за допомогою математичних формул на основі значень ознаки, що займають певне положення в ряді розподілу.

Залежно від форм представлення значень ознаки розрізняють прості та зважені середні. Якщо значення ознаки задані у вигляді числового ряду, то розрахована на їх основі середня є простою. Якщо значення ознаки задані у вигляді варіантів і частот, то розраховані на їх основі середні називаються зваженими.

Розрізняють наступні види аналітичних середніх:

- середню арифметичну;
- середню гармонійну;
- середню квадратичну;
- середню геометричну.

Середні величини, що вивчаються в статистиці, відносяться до класу степеневих середніх.

Степенева середня – корінь ступеня z із середньої арифметичної z -тих ступенів варіантів. Якщо вихідні дані задані у вигляді числового ряду X_1, X_2, \dots, X_n , то степенева середня порядку z з варіантів може бути обчислена за формулою простої зваженої:

$$\bar{X}_z = \sqrt[z]{\frac{\sum X^z}{n}}. \quad (4.5)$$

Якщо вихідні дані задані у вигляді варіантів і частот, то степенева середня розраховується за формулою:

$$\bar{X}_z = \sqrt[z]{\frac{\sum X_i^z \cdot f_i}{\sum f_i}}, \quad (4.6)$$

де X_i^z – степенева середня;
 $\sum f$ – загальна кількість варіант;
 f_i – кількість варіант в i -му інтервалі.

Таблиця 4.2 – Види середніх величин

	-1	0	+1	2
Назва середньої та умовне позначення	гармонійна, $\bar{X}_{\text{гарм}}$	геометрична, $\bar{X}_{\text{геом}}$	арифметична, \bar{X}_a	квадратична, $\bar{X}_{\text{кв}}$

Між степеневими середніми, обчисленими за однією і тією ж сукупністю, існують такі співвідношення:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} < \bar{X}_{\text{геом}} < \bar{X} < \bar{X}_{\text{кв}}. \quad (4.7)$$

При проведенні конкретних досліджень вибір середньої необхідно здійснювати, виходячи з реальної сукупності і ознаки, що підлягає осередненню.

4.3. Середня арифметична, її властивості і техніка обчислення

Середня арифметична величина – середній доданок. При її обчисленні загальний обсяг ознаки розподіляється порівну між усіма одиницями сукупності. Наприклад, середня заробітна плата або середній дохід працівників підприємства – це така сума грошей, яка припадала б на кожного працівника, якби весь фонд оплати праці (або всі доходи, спрямовані на особисте споживання) був розподілений між працівниками порівну.

Розрізняють два види арифметичних середніх: *просту*, або *незважену*, і *зважену*.

Формулу середньої арифметичної простої величини доцільно застосовувати, якщо значення варіант не повторюються.

Середня арифметична проста має такий вигляд:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}, \quad (4.8)$$

де X – значення величин, для яких необхідно розрахувати середнє значення;

n – загальна кількість значень X (кількість одиниць у досліджуваній сукупності).

Наприклад, здобувач здав 3 іспити і отримав наступні оцінки: 3, 4 і 5. Середній бал за формулою середньої арифметичної простої дорівнюватиме: $(3 + 4 + 5) / 3 = 12/3 = 4$.

При розрахунку середніх величин окремі значення осередненої ознаки можуть повторюватися, зустрічатися кілька разів. У подібних випадках розрахунок середньої здійснюється за згрупованими даними або варіаційними рядами, тобто розраховується середня арифметична зважена.

Середня арифметична зважена має наступний вигляд:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot f_i}{\sum f_i}, \quad (4.9)$$

де \bar{X} – середнє значення ознаки в ряді розподілу;

X_i – значення досліджуваної ознаки в i -тому інтервалі;

f_i – кількість значень ознаки в i -тому інтервалі.

Наприклад, здобувач здав 4 іспити і отримав наступні оцінки: 3, 4, 4 і 5. Середній бал за формулою середньої арифметичної зваженої складе: $(3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1) / 4 = 16/4 = 4$.

Наприклад, відомі такі дані про вік здобувачів (табл. 4.3):

Таблиця 4.3 – Вихідні дані для розрахунку середньої арифметичної зваженої

Вік, X	17	18	19	20	21
Кількість здобувачів, f	3	5	7	4	2

Різні значення ознаки мають неоднакову «важливість» при розрахунку середньої величини. «Найважливіший», вагоміший вік здобувачів 18, 19, 20 років, а такі значення віку, як 17, 20 або 21 при розрахунку середньої не грають великої ролі – їх «вага» мала. За формулою середньої арифметичної зваженої за даними в умовному прикладі отримаємо:

$$\bar{X} = \frac{17 \cdot 3 + 18 \cdot 5 + 19 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 21 \cdot 2}{21} = 18,9 \text{ (років)}$$

Якщо значення X задані у вигляді інтервалів, то для розрахунків використовують середини інтервалів X , які визначаються як полусумма верхньої і нижньої меж інтервалу. А якщо в інтервалі X відсутня нижня або верхня межа (відкритий інтервал), то для її знаходження застосовують розмах (різницю між верхньою і нижньою межею) сусіднього інтервалу X .

Приклад. Потрібно визначити середній вік здобувача заочної форми навчання за даними, наведеними в табл. 4.4:

Таблиця 4.4 – Вихідні дані для розрахунку середньої арифметичної зваженої інтервального ряду розподілу

Вік здобувачів, років (X)	Кількість здобувачів, чол. (f)	Середнє значення інтервалу	$X_i \cdot f_i$
до 20	65	19	1235
20-22	125	21	2625
22-24	190	23	4370
24-26	80	25	2000
26 і старше	40	27	1080
Разом:	500		11310

Для обчислення середньої в інтервальних рядах спочатку визначають середнє значення інтервалу як полусумму верхньої і нижньої межі, а потім розраховується середня величина за формулою середньої арифметичної зваженої.

Вище дано приклад з рівними інтервалами, причому перший і останній є відкритими.

$$\bar{X} = \frac{11310}{500} = 22,6 \approx 23 \text{ (роки)}$$

Відповідь: середній вік здобувача становить 22,6 роки або приблизно 23 роки.

4.4. Середня гармонійна

Середня гармонійна застосовується, коли вихідні дані не містять частот f за окремими значеннями X , а представлені як їх добуток $X \cdot f$. Позначивши $X \cdot f = w$, висловимо $f = w / X$, і, підставивши ці позначення в формулу середньої арифметичної зваженої, отримаємо формулу середньої гармонійної зваженої:

$$\bar{X}_{\text{гарм}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{X}}. \quad (4.10)$$

Таким чином, середня гармонійна зважена застосовується тоді, коли невідомі частоти f , а відомо $w = X \cdot f$. У тих випадках, коли всі $w = 1$, тобто індивідуальні значення X зустрічаються по 1 разу, застосовується формула середньої гармонійної простої:

$$\bar{X}_{\text{гарм прост}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}. \quad (4.11)$$

Наприклад, автомобіль їхав з пункту А в пункт Б зі швидкістю 90 км / год, а назад – зі швидкістю 110 км / год. Для визначення середньої швидкості застосуємо формулу середньої гармонійної простої, так як в прикладі дано відстань $w_1 = w_2$ (відстань з пункту А в пункт Б така сама, як і з Б в А), яке дорівнює добутку швидкості (X) на час (f).

Середня швидкість = $(1 + 1) / (1/90 + 1/110) = 99$ км / год.

Приклад. Обчислити середню врожайність за трьома фермерськими господарствами (табл. 4.5).

Таблиця 4.5 – Вихідні дані для розрахунку середньої врожайності

Фермерське господарство	Урожайність ц / га (x)	Валовий збір зернових Ц ($z = x \cdot f$)
1	18,2	3640
2	20,4	3060
3	23,5	2350
Разом	–	9050

$$\bar{X}_{\text{гарм}} = \frac{3640 + 3060 + 2350}{\frac{3640}{18,2} + \frac{3060}{20,4} + \frac{2350}{23,5}} = 20,1 \text{ (ц / га)}$$

Відповідь: середня врожайність становить 20,1 ц / га.

4.5. Середня квадратична

Середня квадратична застосовується в тих випадках, коли вихідні значення X можуть бути як позитивними, так і негативними, наприклад, при розрахунку середніх відхилень.

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_i^2 + \dots + X_n^2}{n}}. \quad (4.12)$$

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{X_1^2 \cdot f_1 + X_2^2 \cdot f_2 + \dots + X_n^2 \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}}. \quad (4.13)$$

Середня квадратична використовується зазвичай в тих випадках, коли варіанти являють собою відхилення фактичної величини від їх середньої арифметичної. Наприклад, при розрахунку їх середньоквадратичного відхилення.

4.6. Середня геометрична

Середнім геометричним числом називається таке число, яким можна замінити кожне з даних чисел, щоб їх добуток не змінився.

Середня геометрична застосовується при визначенні середніх відносних змін. Геометрична середня величина дає найбільш точний результат усереднення, якщо завдання постає в знаходженні такого значення X , яке було б рівновіддаленим як від максимального, так і від мінімального значення X .

Середня геометрична величина дорівнює кореню ступеня n з добутку варіант ознаки (x):

$$\bar{X}_g = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}. \quad (4.14)$$

Середня геометрична застосовується головним чином при вивченні динаміки. Наприклад, для обчислення середньорічних темпів зростання:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{T_{p1} \cdot T_{p2} \cdot \dots \cdot T_{pn}}. \quad (4.15)$$

На основі середнього темпу зростання можна обчислити середній темп приросту.

$$\bar{T}_{пр} = \bar{T}_p - 100. \quad (4.16)$$

Приклад. Дано значення темпів зростання прибутку підприємства за перші п'ять місяців року: 100%; 101,9%; 102,8%; 99,1%; 101,8%. Розрахувати середній темп зростання і середній приріст прибутку підприємства.

Рішення:

$$\bar{T}_p = \sqrt[5]{100,0 \cdot 101,9 \cdot 102,8 \cdot 99,1 \cdot 101,9} = 101,1 \text{ (\%)}$$

$$\bar{T}_{пр} = 101,1 - 100 = 1,1 \text{ \%}$$

Крім аналітичних, варіаційні ряди можуть характеризуватися і неаналітичними – параметричними середніми або середніми положення. Такими є мода і медіана.

4.7. Медіана

Медіана – це значення, що ділить ряд розподілу навпіл. Іншими словами, це значення, нижче якого знаходяться 50% значень, і вище також 50% всіх значень в ряді розподілу.

Для знаходження медіани, спочатку треба впорядкувати всі елементи множини в порядку зростання або зменшення. Якщо кількість елементів непарна, то медіана дорівнює елементу, що стоїть рівно посередині цієї впорядкованої множини. Наприклад, в ряді розподілу 3, 4, 5, 7, 8 медіаною буде число 5, оскільки воно ділить ряд розподілу навпіл.

Якщо кількість елементів парна, то медіана дорівнюватиме середньоарифметичній двох сусідніх чисел, що стоять посередині цієї відсортованої множини. Наприклад, в ряді розподілу 3, 4, 5, 6, 7, 8 медіаною буде 5,5, оскільки це число буде середнім арифметичним між числами 5 і 6.

Для інтервального ряду:

$$M_e = X_{Me} + K \cdot \frac{0,5 \cdot \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \quad (4.17)$$

де X_{Me} – нижня межа медіанного інтервалу;

K – величина медіанного інтервалу;

f_{Me} – частота медіанного інтервалу;

$\sum f$ – сума частот ряду;

S_{Me-1} – сума частот в інтервалах, що передують медіанному.

Приклад 1. Потрібно знайти медіану на основі наступних даних:

Таблиця 4.6 – Вихідні дані для розрахунку медіани

Вікові групи	Кількість здобувачів	Сума накопичених частот
До 20 років	346	346
20 - 25	872	1218
25 - 30	1054	2272
30 - 35	781	3053
35 - 40	212	3265
40 - 45	121	3386
45 років і більше	76	3462
Разом	3462	–

Рішення:

Медіанний інтервал знаходиться у віковій групі 25-30 років, так як в межах цього інтервалу розташована варіанта, яка ділить сукупність на дві рівні частини ($\sum f_i / 2 = 3462/2 = 1731$). Далі підставляємо в формулу необхідні числові дані і отримуємо значення медіани:

$$M_e = 25 + 5 \cdot \frac{0,5 \cdot 3462 - 1218}{1054} = 27,4 \text{ (років)}$$

Це означає, що одна половина здобувачів має вік до 27,4 років, а інша понад 27,4 років.

Приклад 2. Використовуючи дані табл. 4.7, знайдемо номер медіани: $100/2 = 50$. Накопичуємо частоти (графіа 3 табл. 4.7) до тих пір, поки кумулятивна частота не буде дорівнювати цьому значенню або перевищить його. Отже, 4% пар жіночого взуття продано не більше 33 розміру, $4\% + 12\% = 16\%$ пар не більше 34 розміру, $16\% + 18\% = 34\%$ не більше 35 розміру, а $34\% + 26\% = 60\%$ не більше 36 розміру. Таким чином, медіана даного ряду розподілу дорівнює 36 розміру жіночого взуття, тобто половина жіночого взуття (50%) в торговому об'єднанні була продана до 36 розміру, а половина (50%) – більше 36 розміру.

Таблиця 4.7 – Розподіл жіночого взуття, проданого у взуттєвому магазині

Розмір жіночого взуття	Кількість проданих пар, % до підсумку	Накопичені частоти
1	2	3
33	4	4
34	12	16
35	18	34
36	26	60
37	20	–
38	13	–
39	6	–
40	1	–
Разом	100	–

Медіана інтервального ряду розподілу може бути визначена графічним методом. В цьому випадку необхідно побудувати кумуляту, тобто криву накопичення частот.

Для визначення медіани з точки на шкалі накопичених частот (частостей), що відповідає 50%, проводиться пряма, паралельна осі абсцис до перетину з кумуляти. Потім з точки перетину опускається перпендикуляр на вісь абсцис. Абсциса точки перетину є медіаною.

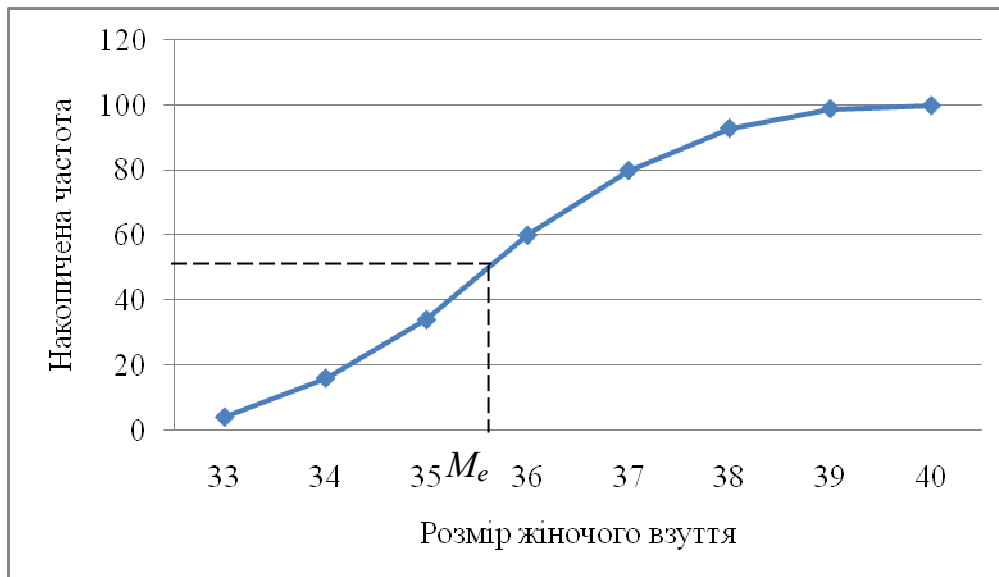


Рис. 4.1. Кумулята інтервального варіаційного ряду

4.8. Мода

Мода – це варіанта, яка найбільш часто зустрічається в ряді. Мода застосовується, наприклад, при визначенні розміру одягу, взуття, що користується найбільшим попитом у покупців.

Модою для дискретного ряду є варіанта, що володіє найбільшою частотою. Наприклад, у вибірці 4, 5, 6, 6, 7, 8 модою буде число 6, тому що воно зустрічається два рази. Якщо побудувати графік, за горизонталлю якого відобразити значення, а за вертикаллю – їх частоти, то значенням моди буде відповідати вершина графіка (значення з найбільшою частотою).

У розподілі ознак може бути дві моди і більш. Наприклад, у вибірці 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 8 модами будуть значення 3 і 8. Значення 3 буде називатися нижньою модою, а значення 8 – верхньою модою.

Якщо два сусідніх значення зустрічаються однаково часто, то модою вважається середнє арифметичне між ними. Наприклад, в ряді розподілу 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7 модою буде значення 4,5, оскільки 4 і 5 знаходяться поруч і зустрічаються однаково часто.

При обчисленні моди для інтервального варіаційного ряду необхідно спочатку визначити модальний інтервал (за максимальною частотою), а потім – значення модальної величини ознаки за формулою:

$$M_o = X_{Mo} + i_{Mo} \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}, \quad (4.18)$$

де M_o – мода;

X_{Mo} – нижня межа модального інтервалу;

f_{Mo} – частоти модального інтервалу;

i_{Mo} – довжина модального інтервалу.

Приклад. Потрібно знайти моду на основі наступних даних (табл. 4.8):

Таблиця 4.8 – Вихідні дані для розрахунку моди

Вікові групи	Кількість здобувачів	Сума накопичених частот
До 20 років	346	346
20 - 25	872	1218
25 - 30	1054	2272
30 - 35	781	3053
35 - 40	212	3265
40 - 45	121	3386
45 років і більше	76	3462
Разом	3462	–

Рішення.

В даному прикладі модальний інтервал знаходиться в межах вікової групи 25-30 років, так як на цей інтервал приходить найбільша частота (1054).

Розрахуємо величину моди:

$$M_o = 25 + 5 \cdot \frac{1054 - 872}{(1054 - 872) + (1054 - 781)} = 27 \text{ (років)}$$

Це означає, що модальний вік здобувачів дорівнює 27 років.

Мода інтервального ряду розподілу може бути визначена графічно. Для цих цілей будується гістограма розподілу ознаки. Для визначення величини M_o необхідно з точки перетину ліній АС і ВД відновити перпендикуляр на вісь абсцис.

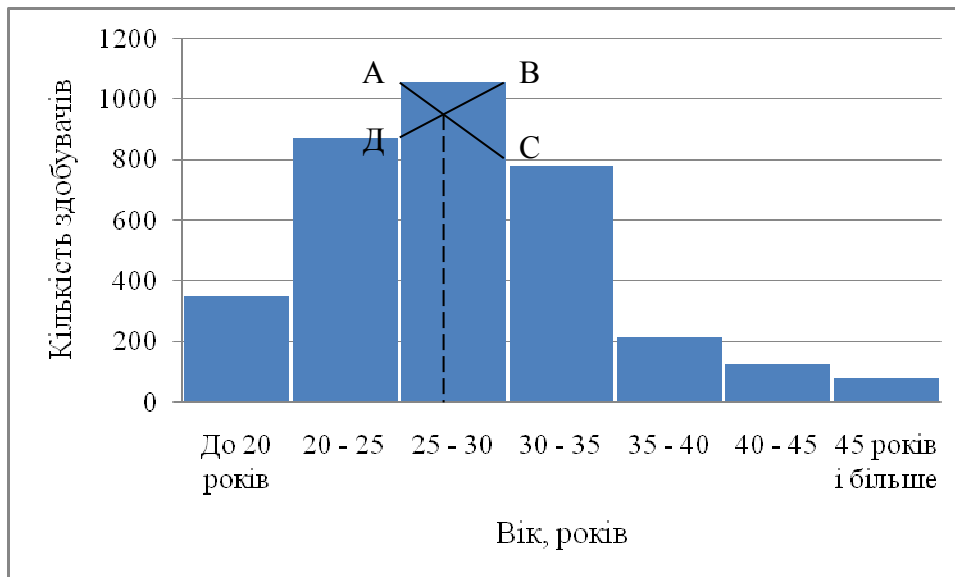


Рис. 4.2. Визначення моди інтервального ряду розподілу графічним методом

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Ступінь реалізації плану характеризує показник:

- а) відносна величина виконання плану;
- б) відносна величина просторового порівняння;
- в) відносна величина координації;
- г) відносна величина інтенсивності.

2. Результат зіставлення різнойменних абсолютних величин, які належать до різних, але пов'язаних у своєму розвитку совокупностей – це відносна величина:

- а) виконання плану;
- б) просторового порівняння;
- в) координації;
- г) інтенсивності.

3. Порівняльні розміри однойменних абсолютних величин, що відносяться до одного і того ж моменту або періоду часу, але до різних об'єктів або територій характеризує відносна величина:

- а) виконання плану;
- б) просторового порівняння;

- в) координації;
- г) інтенсивності.

4. Співвідношення частин сукупності між собою характеризує відносна величина:

- а) виконання плану;
- б) просторового порівняння;
- в) координації;
- г) інтенсивності.

5. Відношення частини до цілого або питома вага частини в загальному обсязі ознаки або сукупності характеризує відносна величина:

- а) координації;
- б) інтенсивності;
- в) структури;
- г) динаміки.

6. Відношення рівня досліджуваного явища або процесу за даний період до рівня цього ж процесу або явища в минулому характеризує відносна величина:

- а) координації;
- б) інтенсивності;
- в) структури;
- г) динаміки.

7. Значення, нижче якого знаходяться 50% значень, і вище також 50% всіх значень в ряді розподілу – це:

- а) мода;
- б) медіана;
- в) середня арифметична;
- г) середня геометрична.

8. Варіанта, яка найбільш часто зустрічається в ряді – це:

- а) мода;
- б) медіана;
- в) кумулянта;

г) частота.

9. Для графічного визначення моди будується:

- а) гістограма;
- б) полігон;
- в) кумулята;
- г) всі відповіді вірні.

10. Для графічного визначення медіани будується:

- а) гістограма;
- б) полігон;
- в) кумулята;
- г) всі відповіді вірні.

11. У ряді розподілу 4, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9 модою є:

- а) 4 і 9;
- б) 4;
- в) 9;
- г) 7.

12. В ряді розподілу 4, 5, 6, 7, 8 медіаною є число:

- а) 5;
- б) 8;
- в) 6;
- г) 7.

13. В ряді розподілу 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8 медіаною є число:

- а) 5;
- б) 6;
- в) 6,5;
- г) 7.

14. Якщо темпи зростання прибутку підприємства за три роки дорівнюють 100%; 105%; 110%, то середній темп зростання складе:

- а) 103%;
- б) 110%;

- в) 105%;
- г) 100%.

15. Якщо відомі такі дані про вік здобувачів вищої освіти:

<i>Вік, X</i>	<i>17</i>	<i>18</i>	<i>19</i>
<i>Кількість здобувачів, f</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>

то середній вік здобувачів складе:

- а) 18 років;
- б) 17 років;
- в) 19 років;
- г) 17,5 років.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В яких одиницях виміру вимірюються абсолютні величини?
2. В яких випадках доцільно застосовувати умовно-натуральні одиниці виміру абсолютних величин?
3. На які види поділяються відносні величини в залежності від того, які співвідношення вони виражають?
4. В якому випадку розраховується середня арифметична проста, а в якому – середня арифметична зважена? Наведіть приклади.
5. В яких випадках застосовується середня гармонійна зважена величина? Наведіть приклад.
6. В яких випадках застосовується середня квадратична зважена величина? Наведіть приклад.
7. В яких випадках застосовується середня геометрична зважена величина? Наведіть приклад.
8. З якою метою розраховуються середні параметричні величини?
9. Як графічним методом визначити медіану та моду інтервального ряду розподілу?

ТЕМА 5. ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ

- 5.1. Поняття варіації ознак.
- 5.2. Розмах варіації.
- 5.3. Середнє лінійне відхилення.
- 5.4. Дисперсія і середнє квадратичне відхилення.
- 5.5. Коефіцієнт варіації.
- 5.6. Дисперсія альтернативної ознаки.
- 5.7. Внутрішньогрупова і міжгрупова дисперсії.

5.1. Поняття варіації ознак

Варіація – це відмінність коливання в значеннях якої-небудь ознаки у різних одиниць сукупності. Наприклад, здобувачі вищої освіти відрізняються за зростом, вагою, витратами часу на самостійну роботу, числом пропущених занять, балом оцінки з предметів тощо.

Варіація виникає в результаті того, що індивідуальні значення ознаки складаються під сукупним впливом різноманітних факторів, які по-різному поєднуються в кожному окремому випадку. Тому величина кожної варіанти об'єктивна.

Середня величина дає узагальнюючу характеристику досліджуваної сукупності, але вона не розкриває будови сукупності, яка має велике значення для її пізнання. Середня величина не показує, як розташовуються біля неї варіанти усередненої ознаки, зосереджені вони поблизу середньої або значно відхиляються від неї. Середня величина ознаки в двох сукупностях може бути однаковою, але в одному випадку всі індивідуальні значення відрізняються від неї мало, а в іншому – ці відмінності значні, тобто в одному випадку варіація ознаки мала, а в іншому – велика. Це має дуже важливе значення для характеристики надійності середньої величини.

Чим більше варіанти окремих одиниць сукупності відрізняються між собою, тим більше вони відрізняються від своєї середньої, і навпаки – чим менше варіанти відрізняються одна від одної, тим менше вони відрізняються від середньої, яка в цьому випадку буде більш реально представляти всю сукупність. Ось чому

середню величину як узагальнюючу характеристику необхідно використовувати поряд з показниками варіації, що характеризують відхилення окремих значень від загальної середньої.

Для кількісного виміру варіації ознаки в сукупності в статистиці використовують ряд узагальнюючих показників: *розмах варіації, середнє лінійне відхилення, дисперсію і середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації*.

5.2. Розмах варіації

Найбільш простим показником варіації є її **розмах**, який являє різницю між найбільшим і найменшим значеннями ознаки:

$$R = X_{\max} - X_{\min}, \quad (5.1)$$

де X_{\max} – найбільша варіанта варіаційного ряду;

X_{\min} – найменша варіанта варіаційного ряду.

Він показує межі, в яких змінюється величина ознаки в досліджуваній сукупності.

Наприклад, припустимо, що дві бригади виконують однакову роботу, кожна бригада складається з трьох осіб. Кількість виробів у штуках, виготовлених за зміну окремими робітниками, становить:

I бригада – 95, 100, 105 ($X_1 = 100$ шт.);

II бригада – 75, 100, 125 ($X_2 = 100$ шт.)

Розмах варіації змінного виробітку в першій бригаді становить $R_1 = 105 - 95 = 10$ шт.; у другій бригаді $R_2 = 125 - 75 = 50$ шт., тобто в 5 разів більше.

Це свідчить про те, що при кількісній рівності середній виробіток першої бригади більш «стійкий».

Перевагою розмаху варіації, як показника, який характеризує варіацію ознаки, є простота його обчислення.

До **недоліків** цього показника слід віднести:

– враховує тільки крайні значення ознаки, які можуть сильно відрізнятися від усіх інших одиниць;

– на величину розмаху варіації великий вплив здійснює випадковість;

– цей показник не враховує частот у варіаційному ряді.

5.3. Середнє лінійне відхилення

Показник розмаху варіації дає узагальнюючу характеристику тільки розмаху (амплітуди) значень ознаки, але не варіації відхилень. Розподіл відхилень можна вловити, визначивши відхилення всіх варіантів від середньої. Для того щоб дати їм узагальнюючу характеристику, необхідно обчислити середню з цих відхилень, тобто різниць між значеннями ознаки та середньої арифметичної в даній сукупності одиниць.

Середнє лінійне відхилення являє собою середню арифметичну з абсолютних значень відхилень окремих варіантів від їх середньої арифметичної.

Якщо кожен варіант повторюється один раз, то середнє лінійне відхилення дорівнює:

$$\rho = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}, \quad (5.2)$$

де ρ – середнє лінійне відхилення;

$|x_i - \bar{x}|$ – абсолютне значення відхилення i -го варіанта значень ознаки від середньої арифметичної;

n – число членів ряду.

Якщо варіаційний ряд представлений у вигляді варіант з різними частотами, то середнє лінійне відхилення визначається так:

$$\rho = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{f_i}, \quad (5.3)$$

де f_i – частота i -го значення варіанти.

Приклад. Є дані за групою працівників (табл. 5.1).

Таблиця 5.1 – Вихідні дані для розрахунку середнього лінійного відхилення

Кількість працівників, чол.	2	4	8	9	7	5	Разом 35
Вік працівників, років	17	25	19	38	56	47	–

За показником їх віку визначити середнє лінійне відхилення.
Розв'язання. Знаходимо середній вік робітника за формулою:

$$\bar{X} = \frac{17 \cdot 2 + 25 \cdot 4 + 19 \cdot 8 + 38 \cdot 9 + 56 \cdot 7 + 47 \cdot 5}{35} = \frac{1255}{35} = 35,8 \text{ (років)}$$

Визначаємо середнє лінійне відхилення за формулою:

$$\rho = \frac{|17 - 35,8| \cdot 2 + |25 - 35,8| \cdot 4 + |19 - 35,8| \cdot 8 + |38 - 35,8| \cdot 9}{2 + 4 + 8 + 9 + 7 + 5} +$$

$$+ \frac{|56 - 35,8| \cdot 7 + |47 - 35,8| \cdot 5}{2 + 4 + 8 + 9 + 7 + 5} = \frac{432,4}{35} = 12,35 \text{ (років)}$$

Недоліком середнього лінійного відхилення є те, що відхилення підсумовуються без урахування їх алгебраїчного знаку. Зазначений недолік може бути усунутий шляхом зведення в квадрат відхилень варіантів від середньої.

5.4. Дисперсія і середнє квадратичне відхилення

Дисперсія – середній квадрат відхилення варіантів від їх середньої величини. Дисперсія визначається за формулою:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}, \quad (5.4)$$

при $f_1 = f_2 = \dots = f_i = \dots = f_n$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}. \quad (5.5)$$

Середнє квадратичне відхилення – являє собою корінь з дисперсії:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}, \quad (5.6)$$

при $f_1 = f_2 = \dots = f_i = \dots = f_n$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (5.7)$$

Середнє квадратичне відхилення вимірює абсолютний розмір коливання ознаки і виражається в тих же одиницях виміру, що і варіанти.

5.5. Коефіцієнт варіації

Середнє лінійне і середнє квадратичне відхилення є мірою абсолютного коливання ознаки і завжди виражаються в тих одиницях виміру, в яких виражена досліджувана ознака. Це не дозволяє зіставити між собою ступінь варіації різних показників.

Коефіцієнт варіації в статистиці застосовується для порівняння розкиду двох випадкових величин з різними одиницями виміру щодо очікуваного значення. У підсумку можна отримати зіставні результати. Показник наочно ілюструє однорідність часового ряду.

Він визначається відношенням середнього квадратичного відхилення до середнього значення:

$$v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}. \quad (5.8)$$

Коефіцієнт варіації може вимірюватися не тільки в частках одиниці, а й у відсотках:

$$v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \cdot 100. \quad (5.9)$$

Вважається, що, якщо $v < 30\%$, то сукупність досліджуваних явищ однорідна і варіація ознаки в ній нормальна.

При $v > 30\%$ сукупність досліджуваних явищ неоднорідна, ознака має велике коливання за окремими її одиницями.

У разі сильної варіації досліджувана статистична сукупність вважається неоднорідною, а середня величина – нетиповою, тому її не можна використовувати як узагальнюючий показник цієї

сукупності. Нижньою межею коефіцієнта варіації вважається нуль, верхньої межі не існує.

Приклад. Витрата сировини на одиницю продукції, виробленої за першою технологією, становить 10 кг, при середньому квадратичному відхиленні 4, а за другою технологією – 6 кг при середньому квадратичному відхиленні 3. При порівнянні середнього квадратичного відхилення можна зробити неправильний висновок про те, що варіація витрат сировини за першою технологією інтенсивніше, ніж за другою. Коефіцієнти варіації $v_1 = 0,4$ або 40% і $v_2 = 0,5$ або 50% дозволяють зробити протилежний висновок.

Коефіцієнт варіації може бути обчислений і через середнє лінійне відхилення:

$$v = \frac{\rho}{\bar{x}} \cdot 100. \quad (5.10)$$

Більш точну характеристику ступеня варіації ознаки в сукупності дає коефіцієнт варіації, обчислений через середньоквадратичне відхилення.

5.6. Дисперсія альтернативної ознаки

Альтернативною називається така ознака, яку одні одиниці мають, а інші не мають. Наприклад, одна частина робочих виконує норми виробітку, а інша – не виконує, одні одиниці продукції браковані, а інші – ні. Кількісно варіація альтернативної ознаки виражається двома значеннями: відсутність ознаки у одиниці позначається через 0, а її наявність – через 1.

Припустимо, що вся статистична сукупність має n одиниць. З них m одиниць володіють виділеною ознакою, тоді інші $(n - m)$ одиниць не володіють цією ознакою.

Частку одиниць, які володіють виділеною ознакою, позначимо: $p = \frac{m}{n}$, тоді нехай $q = \frac{n - m}{n}$ – частка одиниць, що не володіють даною ознакою: $q = 1 - p$.

Одиницям x , що володіють даною ознакою, дамо значення $x = 1$, а що не володіють – $x = 0$.

Середнє значення альтернативної ознаки:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{1 \cdot m + 0 \cdot (n - m)}{n} = \frac{m}{n} = p. \quad (5.11)$$

Тобто середнє значення альтернативної ознаки дорівнює частці одиниць, що володіють даною ознакою.

Дисперсія альтернативної ознаки:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(1 - p)^2 \cdot m + (0 - p)^2 \cdot (n - m)}{n} = \frac{q^2 \cdot m + p^2 \cdot (n - m)}{n} = \\ &= q^2 \cdot p + p^2 \cdot q = q \cdot p \cdot (q + p) = p \cdot q. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Тобто дисперсія альтернативної ознаки дорівнює добутку частки одиниць, що володіють даною ознакою, на частку одиниць, що не володіють даною ознакою.

Приклад: 5% виготовлених виробів – браковані, тоді 95% виробів придатні.

Розв'язання. Дисперсія частки браку дорівнює: $\sigma^2 = 0,05 \cdot 0,95 = 0,0475$, а середньоквадратичне відхилення частки браку становить $\sigma = \sqrt{0,0475} = 0,22$, або 22%. Граничне значення дисперсії альтернативної ознаки дорівнює 0,25; воно виходить при $p = q = 0,5$.

5.7. Внутрішньогрупова і міжгрупова дисперсії

Варіація ознак, як правило, обумовлена впливом різних факторів. Якщо сукупність розбити на групи за факторною ознакою, то це матиме певний вплив на значення варіації ознаки в групах. Виявити частку варіації, яка визначається тими чи іншими факторами, можна, розділивши всю сукупність на групи за фактором, вплив якого досліджується. Найчастіше для цих цілей використовуються показники варіації для згрупованих даних. У цьому випадку виділяють три види дисперсій: загальну дисперсію; внутрішньогрупову дисперсію, міжгрупову дисперсію.

Загальна дисперсія вимірює варіацію ознаки в усій сукупності під впливом всіх факторів і визначається за формулою:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} \quad (5.13)$$

Внутрішньогрупова дисперсія вимірює варіацію ознаки всередині групи, а міжгрупова дисперсія вимірює варіацію групових середніх відносно загальної середньої.

Внутрішньогрупова дисперсія визначається за формулою:

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \cdot f_{ij}}{\sum f_{ij}} \quad (5.14)$$

де X_{ij} – i -те значення ознаки в j -тій групі;

f_{ij} – частота i -го значення ознаки в j -тій групі.

На підставі внутрішньогрупових дисперсій розраховується середня групова дисперсія:

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot f_j}{\sum f_j}. \quad (5.15)$$

Міжгрупова дисперсія визначається за формулою:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{X}_j - \bar{X})^2 \cdot f_j}{\sum f_j}, \quad (5.16)$$

де δ^2 – міжгрупова дисперсія;

\bar{X}_j – середнє значення ознаки в j -тій групі;

\bar{X} – середнє значення ознаки в усій сукупності;

f_j – кількість одиниць сукупності в j -тій групі.

Існує закон, що пов'язує три види дисперсії: загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупової дисперсії і середньої з внутрішньогрупових дисперсій:

$$\sigma_x^2 = \delta^2 + \bar{\sigma}_j^2 \quad (5.17)$$

Приклад. Є дані про розподіл сімей співробітників підприємства за кількістю дітей (табл. 5.2):

Таблиця 5.2 – Дані про розподіл сімей співробітників підприємства за кількістю дітей

Кількість дітей	Кількість сімей співробітників за підрозділами		
	перший	другий	третій
0	4	7	5
1	6	10	13
2	3	3	3
3	2	1	-

Розв’язання. Сукупність сімей співробітників підприємства розбита на три групи за кількістю дітей.

а) групова дисперсія дорівнює середньому квадрату відхилень окремих значень ознаки всередині групи від середньої арифметичної цієї групи.

Знаходженню внутрішньогрупової дисперсії передують розрахунки середньої арифметичної за кожною групою.

$$\bar{X}_1 = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2}{4 + 6 + 3 + 2} = \frac{18}{15} = 1,200$$

$$\bar{X}_2 = \frac{0 \cdot 7 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1}{7 + 10 + 3 + 1} = \frac{19}{21} = 0,905$$

$$\bar{X}_3 = \frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0}{5 + 13 + 3 + 0} = \frac{18}{21} = 0,857$$

Розрахуємо внутрішньогрупові дисперсії:

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{(0 - 1,2)^2 \cdot 4 + (1 - 1,2)^2 \cdot 6 + (2 - 1,2)^2 \cdot 3 + (3 - 1,2)^2 \cdot 2}{4 + 6 + 3 + 2} = 0,96$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{(0 - 0,905)^2 \cdot 7 + (1 - 0,905)^2 \cdot 10 + (2 - 0,905)^2 \cdot 3 + (3 - 0,905)^2 \cdot 1}{7 + 10 + 3 + 1} = 0,66$$

$$\bar{\sigma}_3 = \frac{(0 - 0,857)^2 \cdot 5 + (1 - 0,857)^2 \cdot 13 + (2 - 0,857)^2 \cdot 3 + (3 - 0,857)^2 \cdot 0}{5 + 13 + 3 + 0} = 0,37$$

б) **Середня з внутрішньогрупових дисперсій** – це середня арифметична зважена з дисперсій групових:

$$\overline{\sigma}_j^2 = \frac{0,96 \cdot 15 + 0,66 \cdot 21 + 0,37 \cdot 21}{15 + 21 + 21} = 0,63$$

в) **Міжгрупова дисперсія** дорівнює середньому квадрату відхилень групових середніх від загальної середньої.

Для її розрахунку необхідно обчислити загальну середню:

$$\begin{aligned} \overline{X} &= \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 0 \cdot 7 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 5 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0}{4 + 6 + 3 + 2 + 7 + 10 + 3 + 1 + 5 + 13 + 3 + 0} = \\ &= 0,982 \end{aligned}$$

Визначимо міжгрупову дисперсію:

$$\delta^2 = \frac{(1,2 - 0,982) \cdot 15 + (0,905 - 0,982) \cdot 21 + (0,857 - 0,982) \cdot 21}{15 + 21 + 21} = 0,02$$

Обчислимо загальну дисперсію звичайним способом:

$$\sigma^2 = 0,65$$

Перевіримо отриманий результат, визначивши загальну дисперсію за правилом додавання дисперсій:

$$\sigma_x^2 = 0,02 + 0,63 = 0,65$$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Різницю між найбільшим і найменшим значеннями ознаки характеризує показник:

- а) розмах варіації;
- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) середнє квадратичне відхилення.

2. Середнє арифметичне з абсолютних значень відхилень окремих варіантів від їх середньої арифметичної характеризує показник:

- а) розмах варіації;

- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) середнє квадратичне відхилення.

3. *Середній квадрат відхилення варіантів від їх середньої величини характеризує показник:*

- а) розмах варіації;
- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) середнє квадратичне відхилення.

4. *Корінь з дисперсії – це:*

- а) розмах варіації;
- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) середнє квадратичне відхилення.

5. *Відношення середнього квадратичного відхилення до середнього значення – це:*

- а) розмах варіації;
- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) коефіцієнт варіації.

6. *Сукупність досліджуваних явищ вважається однорідною і варіація ознаки в ній нормальною, коли коефіцієнт варіації...*

- а) менше 30 відсотків;
- б) більше 30 відсотків;
- в) менше 40 відсотків;
- г) менше 50 відсотків.

7. *Ознака, яку одні одиниці мають, а інші не мають називається:*

- а) альтернативною;
- б) варіативною;
- в) атрибутивною;
- г) кількісною.

8. Яке твердження є вірним?

- а) загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупової дисперсії і середньої з внутрішньогрупових дисперсій;
- б) загальна дисперсія дорівнює різниці між міжгруповою дисперсією і середньою з внутрішньогрупових дисперсій;
- в) загальна дисперсія дорівнює сумі внутрішньогрупових дисперсій;
- г) загальна дисперсія дорівнює сумі між групових дисперсій.

9. Якщо 5% виготовлених виробів – браковані, то дисперсія частки браку дорівнює:

- а) 0,48;
- б) 0,05;
- в) 0,95;
- г) 0,50.

10. Якщо 10 % виготовлених виробів – браковані, то дисперсія частки браку дорівнює:

- а) 0,90;
- б) 0,09;
- в) 0,10;
- г) 0,85.

11. Для порівняння розкиду двох випадкових величин з різними одиницями виміру щодо очікуваного значення використовується показник:

- а) розмах варіації;
- б) дисперсія;
- в) середнє лінійне відхилення;
- г) коефіцієнт варіації.

12. Кількість виробів у штуках, виготовлених за зміну окремими робітниками, становить: 90, 120, 80. Розмах варіації змінного виробітку складає:

- а) 10;
- б) 40;
- в) 50;

г) 30.

13. Якщо середня з внутрішньогрупових дисперсій складає 0,54, а міжгрупова дисперсія – 0,03, то загальна дисперсія складає:

- а) 0,57;
- б) 0,56;
- в) 0,51;
- г) 0,60.

14. Якщо середнє квадратичне відхилення ознаки дорівнює 0,52, а середнє її значення – 8,5, то коефіцієнт варіації у відсотках дорівнює:

- а) 6,12;
- б) 93,88;
- в) 16,34;
- г) 15,00.

15. До недоліків розмаху варіації можна віднести те, що:

- а) він враховує тільки крайні значення ознаки, які можуть сильно відрізнитися від усіх інших одиниць;
- б) на його величину здійснює великий вплив випадковість;
- в) цей показник не враховує частот у варіаційному ряді;
- г) при його розрахунку не враховується алгебраїчний знак.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Які узагальнюючі показники використовуються для кількісного виміру варіації ознаки в сукупностях?
2. Для чого вимірюється варіація ознак?
3. Від чого залежить розмір варіації?
4. Назвіть, будь ласка, закон, що пов'язує три види дисперсії: загальну, внутрішньогрупову та міжгрупову.
5. Яким є граничне значення дисперсії альтернативної ознаки?

ТЕМА 6. РЯДИ ДИНАМИКИ

- 6.1. Ряди динаміки та їх види.
- 6.2. Показники ряду динаміки.
- 6.3. Аналіз закономірностей зміни рівня динамічного ряду.
- 6.4. Статистичне вивчення сезонних компонентів динамічного ряду.
- 6.5. Інтерполяція та екстраполяція.

6.1. Ряди динаміки та їх види

Вивчення соціально-економічних явищ в їх зміні – одне з найважливіших завдань статистики. Вивчення змін проводиться за допомогою динамічних рядів, які в цифрах виражають зміну явищ у часі. Прогнозування розвитку економіки також здійснюється на базі часових рядів.

Рядом динаміки називається ряд послідовно розташованих в часі числових значень відповідного показника.

Ряд динаміки складається з двох елементів (табл. 6.1):

Таблиця 6.1 – Елементи ряду динаміки

Елемент	Позначення
Період часу (за який або станом на який наводяться дані)	t
Рівень ряду (числове значення показника)	y

Прикладом динамічного ряду є зміна населення м. Харкова за роками (табл. 6.2).

Таблиця 6.2 – Зміна населення м. Харкова за роками

Рік	2017	2018	2019	2020
Кількість жителів, чол.	1 450 334	1 447 435	1 446 107	1 443 207

Дані за часовий інтервал можуть бути як такими, що накопичуються, так і одномоментними. У такій ситуації виникають два різновиди рядів динаміки: моментні та інтервальні.

Моментний ряд динаміки характеризує стан явища на певний момент часу. Припустимо, кількість співробітників на робочому місці о 10.20 – 12 осіб, а кількість співробітників о 10.30 – 13 осіб. Це два різних показника. При цьому в процесі роботи з даними їх не можна сумувати, оскільки може з'явитися подвійний рахунок. Адже в 13 співробітниках станом на 10.30 можуть бути ті самі 12 (швидше за все так і є), що були на 10.20.

Наведемо приклад моментного ряду (табл. 6.3):

Таблиця 6.3 – Приклад моментного ряду динаміки

Час обліку	Кількість працівників на робочому місці, чол.
10.00	10
10.20	12
10.30	13
11.00	11

Таким чином, в моментному ряді ми фіксуємо дані в конкретний період часу. І дані в таких рядах не можна сумувати або ділити. Найхарактерніші моментні ряди – це ряди, які характеризують чисельність та залишки матеріалів.

В інтервальних рядах динаміки дані накопичуються за певний проміжок часу (виробництво або реалізація продукції (за рік, квартал, місяць та інші періоди), кількість прийнятих на роботу, кількість народжених тощо). Рівні інтервального ряду можна підсумувати. При цьому отримуємо такий же показник за більш тривалі інтервали часу.

Наведемо приклад інтервального ряду динаміки (табл. 6.4).

Таблиця 6.4 – Приклад інтервального ряду динаміки

Рік	Обсяг виробленої продукції, тис. грн.
2016	129
2017	142
2018	146
2019	144
2020	151
Разом	712

Таким чином, інтервальний ряд як би накопичує дані за цілий період, а потім їх представляє у вигляді рівня ряду. Саме тому, ми можемо підсумувати дані за два рівня, отримавши сумарний підсумок, або поділити дані одного рівня, отримавши розмір явища за більш короткий період часу.

Ознаки досліджуваних явищ можуть бути виражені в абсолютних, відносних і середніх величинах. З огляду на це розрізняють ряди динаміки абсолютних, відносних і середніх величин.

Рядом динаміки абсолютних величин називається такий ряд, члени якого виражають абсолютні значення досліджуваного явища за ряд послідовних моментів або відрізків часу. Прикладом такого ряду є ряд, представлений в табл. 6.4.

Динамічним рядом відносних величин називається такий ряд, члени якого виражають відносні розміри досліджуваного явища за ряд послідовних моментів або відрізків часу.

Динамічні ряди відносних величин можуть містити інформацію про зміну питомої ваги будь-якого показника в загальній сукупності об'єктів за певний часовий період, індексів; темпів зростання показника за певний період часу; зміна в часі показників інтенсивності, наприклад, демографічних коефіцієнтів: смертності, народжуваності, шлюбності, розлучуваності тощо.

Приклад динамічного ряду відносних величин представлений в табл. 6.5.

Таблиця 6.5 – Зміна загального коефіцієнта народжуваності в Україні (кількість живонароджених на 1000 осіб)

Рік	2016	2017	2018	2019	2020
Загальний коефіцієнт народжуваності	10,1	9,8	9,5	9,3	9,1

Ряди динаміки середніх величин містять інформацію про зміну в часі показника, що є середнім для даного явища. Так, середня заробітна плата, середній розмір виданого банками кредиту, наведені за певні часові проміжки, наприклад, за місяцями року, кварталами, роками тощо, утворюють динамічні ряди середніх величин (табл. 6.6).

Таблиця 6.6 – Динаміка чисельності населення України

Рік	2016	2017	2018	2019	2020
Чисельність населення, млн. чол.	42,76	42,58	42,39	42,15	41,90

6.2. Показники ряду динаміки

Головними показниками, що характеризують абсолютні і відносні зміни рядів динаміки, є: середній рівень ряду динаміки, абсолютний приріст (зниження), темп зростання, темп приросту, абсолютне значення одного відсотка приросту (зниження).

Для загальної характеристики величини показника в ряді динаміки використовується середній рівень ряду.

Середній рівень інтервального динамічного ряду визначається за формулою середньої арифметичної:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}. \quad (6.1)$$

Наприклад, на основі даних табл. 6.4 середній рівень інтервального динамічного ряду дорівнюватиме:

$$\bar{Y} = \frac{129 + 142 + 146 + 144 + 151}{5} = \frac{712}{5} = 142 \text{ тис. грн.}$$

Середній рівень моментного динамічного ряду розраховується за формулою:

$$\bar{Y} = \frac{0,5 \cdot Y_1 + Y_2 + \dots + Y_i + \dots + Y_{n-1} + 0,5 \cdot Y_n}{n - 1}. \quad (6.2)$$

Приклад. Покажемо розрахунок середнього рівня моментного ряду динаміки з рівновіддаленими рівнями за даними про чисельність працівників підприємства на перше число кожного місяця у I кварталі 2020 р.:

- 1 січня – 347 осіб;
- 1 лютого – 350 осіб;
- 1 березня – 349 осіб;
- 1 квітня – 351 чоловік.

Середньомісячна чисельність працівників фірми за I квартал складе:

$$\bar{Y} = \frac{0,5 \cdot 347 + 350 + 349 + 0,5 \cdot 351}{4 - 1} = \frac{1048}{3} = 349 \text{ чоловік}$$

Розрахунок показників абсолютного приросту, темпів зростання і приросту засноване на порівнянні між собою рівнів ряду динаміки. При цьому рівень, з яким здійснюється порівняння, називається **базисним**, тобто він є *базою порівняння*. Зазвичай за базу порівняння приймається або попередній, або початковий рівень ряду динаміки.

Якщо кожен рівень порівнюється з попереднім, то отримані при цьому показники називаються ланцюговими.

Якщо кожен рівень порівнюється з одним і тим же рівнем, що виступає в якості бази порівняння, то отримані при цьому показники називаються базисними.

Найбільш простим показником ряду динаміки є абсолютний приріст.

Абсолютний приріст характеризує в абсолютних величинах, на скільки за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника. Його величина визначається за формулою:

$$\Delta Y_i = Y_i - Y_{\bar{0}}, \quad (6.3)$$

де ΔY_i – абсолютний приріст показника за i -тий період часу;

Y_i – абсолютне значення показника за i -тий момент або період часу;

$Y_{\bar{0}}$ – абсолютне значення показника у базовий момент або період часу.

Якщо розраховуються **ланцюгові** абсолютні прирости, то формула розрахунку уточнюється:

$$\Delta Y_i = Y_i - Y_{i-1}. \quad (6.4)$$

Для **базисного** абсолютного приросту формула має вигляд:

$$\Delta Y_i = Y_i - Y_1. \quad (6.5)$$

Розрахуємо абсолютні прирости обсягів випущеної продукції (табл. 6.7).

Таблиця 6.7 – Розрахунок абсолютних приростів обсягів випущеної продукції

Рік	Рівні, грн.	Абсолютні прирости, грн.	
		ланцюгові	базисні
2015	118	–	–
2016	129	129 - 118 = 11	129 - 118 = 11
2017	142	142 - 129 = 13	142 - 118 = 24
2018	146	146 - 142 = 4	146 - 118 = 28
2019	144	144 - 146 = -2	144 - 118 = 26
2020	151	151 - 144 = 7	151 - 118 = 33

Темп зростання характеризує у відносних величинах (% або частках одиниці), у скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника.

Його величина позначається T_{pi} і визначається за формулою:

$$T_{pi} = \frac{Y_i}{Y_0} \cdot 100. \quad (6.6)$$

Якщо розраховуються ланцюгові темпи зростання, то формула набуває вигляд:

$$T_{pi} = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100. \quad (6.7)$$

Розрахуємо темпи зростання обсягів випущеної продукції (табл. 6.8).

Таблиця 6.8 – Розрахунок темпів зростання обсягів випущеної продукції

Рік	Рівні, грн.	Темпи зростання	
		ланцюгові	базисні
1	2	3	4
2015	118	–	–
2016	129	129/118 = 1,0932	129/118 = 1,0932

Продовження табл. 6.8

1	2	3	4
2017	142	142/129 = 1,1008	142/118 = 1,2034
2018	146	146/142 = 1,0282	146/118 = 1,2373
2019	144	144/146 = 0,9863	144/118 = 1,2203
2020	151	151/144 = 1,0486	151/118 = 1,2797

Темп приросту характеризує у відносних величинах (% або частках одиниці), на скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника:

$$T_{\text{пр}} = T_p - 1. \quad (6.8)$$

У нашому прикладі темпи приросту будуть дорівнювати (табл. 6.9):

Таблиця 6.9 – Розрахунок темпів приросту обсягів випущеної продукції

Рік	Рівні, грн.	Темпи приросту,%	
		ланцюгові	базисні
2015	118	–	–
2016	129	9,32	9,32
2017	142	10,08	20,34
2018	146	2,81	23,73
2019	144	-1,37	22,03
2020	151	4,86	27,97

При зіставленні темпів зростання і приросту однотипних або взаємопов'язаних рядів динаміки треба мати на увазі, що на 1% зростання в цих рядах можуть припадати різні величини абсолютного приросту. Абсолютна величина одного відсотка приросту визначається за формулою:

$$A_i = \frac{Y_{i-1}}{100}. \quad (6.9)$$

У нашому прикладі абсолютне значення одного відсотка приросту за роками дорівнюватиме (табл. 6.10):

Таблиця 6.10 – Розрахунок абсолютного значення одного відсотка приросту обсягів випущеної продукції

Рік	Рівні, грн.	Абсолютне значення 1% приросту, грн.
2015	118	–
2016	129	1,18
2017	142	1,29
2018	146	1,42
2019	144	1,46
2020	151	1,44

Ланцюгові темпи зростання і приросту дають характеристику ступеня зміни рівня показника від одного проміжку часу до іншого. Для характеристики темпів зростання за весь період, що охоплюється рядом динаміки, обчислюють середній темп зростання.

Середній темп зростання характеризує у відносних величинах, у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

Середній темп зростання визначається за формулою середньої геометричної (за ланцюговими темпами зростання):

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p1} \cdot T_{p2} \cdot \dots \cdot T_{n-1}}, \quad (6.10)$$

де n – число років, за які досліджується значення ряду динаміки.

Якщо в цю формулу підставити рівні ряду динаміки, то середній темп визначається за такою формулою:

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}. \quad (6.11)$$

Для нашого прикладу середній темп зростання дорівнюватиме:

$$\bar{T}_p = \sqrt[6-1]{1,0932 \cdot 1,1008 \cdot 1,0282 \cdot 0,9863 \cdot 1,0486} = 1,0506.$$

Отриманий темп зростання показує, що за п'ять років з 2015 до 2020 року обсяг виробництва щорічно збільшувався в 1,051 разів.

Середній темп приросту характеризує у відносних величинах, на скільки в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

Середній темп приросту визначається за формулою:

$$\bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_p - 1. \quad (6.12)$$

У нашому прикладі середній темп приросту дорівнює:

$$\bar{T}_{\text{пр}} = 1,051 - 1 = 0,051 \text{ или } 5,1\%. \quad (6.13)$$

Отриманий темп приросту показує, що за п'ять років з 2015 до 2020 року обсяг виробництва щорічно збільшувався на 5,1%.

6.3. Аналіз закономірностей зміни рівнів динамічного ряду

Одним з найважливіших завдань, що виникають при аналізі рядів динаміки, є встановлення закономірності зміни рівнів досліджуваного явища. Рівні динамічного ряду з часом змінюються, коливаються. Ці коливання рівнів можуть викликатися дією якихось певних факторів, що сприяють підвищенню або зниженню показників, впливом сезонності, а також випадковими причинами.

Виділяють три компонента зміни рівнів динаміки:

- тенденцію;
- систематичні коливання;
- випадкові коливання.

Необхідно розділити ці три компоненти і виявити, перш за все, закономірність розвитку явищ в окремі відрізки часу, тобто виявити загальну тенденцію в зміні рівнів ряду, обумовлену дією основоположних причин, звільнену від дії різних випадкових факторів.

Під *тенденцією* або *трендом* розуміється загальний напрямок до зростання, зниження або стабілізації рівня явища з плином часу. Зростання і зниження рівнів можуть відбуватися по-різному: рівномірно, прискорено або уповільнено. Практично рівні ряду динаміки дуже рідко зростають (або знижуються) строго рівномірно або систематично. Саме через існування відхилень від суворої закономірності прийнято говорити не просто про зростання або

зниження рівня, а про його тенденцію до зростання або зниження. Такі відхилення можуть пояснюватися тим, що з плином часу змінюються або комплекс основних причин і факторів, від яких залежить рівень явища, або сила їх дії, або зовнішні умови, в яких відбувається розвиток явища. Можуть змінюватися і напрямки, і сила впливу другорядних факторів.

До основних методів, що використовуються для аналізу динаміки, відносяться:

- 1) *метод укрупнення інтервалів* (для абсолютних величин) або метод багаторічних середніх рівнів (для відносних і середніх показників), наприклад, трирічних або п'ятирічних середніх;
- 2) *метод ковзних середніх рівнів*;
- 3) *метод аналітичного вирівнювання динамічного ряду*.

Метод укрупнення інтервалів

Метод укрупнення інтервалів і метод розрахунку багаторічних середніх, об'єднуючи показники за кілька інтервалів, в підсумковій сумі або середньої «гасять» вплив цих випадкових факторів. При порівнянні трирічних, п'ятирічних даних на перший план виступають зміни, що залежать від постійно діючих факторів, тобто основна тенденція динаміки. Метод полягає в переході від інтервалів менш тривалих до більш тривалих і характеристиці їх сумами або середніми рівнями. Якщо динамічний ряд побудований з абсолютних показників, то, застосовуючи даний метод, достатньо підсумувати дані за більший термін і проаналізувати отримані результати. Якщо динамічний ряд складається з відносних величин або середніх показників, то потрібно розраховувати середні рівні за збільшений інтервал.

Нехай наявні дані про обсяг виробництва продукції (табл. 6.11).

Таблиця 6.11 – **Обсяг виробництва продукції**

Роки	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Обсяг виробництва, тис. грн.	105,1	97,6	101,5	100,1	112,5	94,0	97,0	104,1	108,1

На основі цих даних можна визначити тенденцію зміни обсягу виробництва. Це пов'язано з тим, що зростання обсягу виробництва йшло, занадто нерівномірно. Для виявлення тенденцій в таких випадках вдаються до укрупнення інтервалів, тобто зіставляються неоднозначні дані, а дані, наприклад, за 2-3 роки. У нашому прикладі при інтервалі в 3 роки:

2012-2014 – 304,2

2015-2017 – 306,6

2018-2020 – 309,2

Дані укрупнених інтервалів показують, що обсяг виробництва має тенденцію до збільшення.

Укрупнення інтервалів зазвичай починають з найменш можливого укрупненого інтервалу (після однорічного використовується дворічний інтервал). У разі якщо перший укрупнений інтервал не дасть ясні показники, переходять до наступного можливого інтервалу.

Недоліком прийому укрупнення інтервалів є те, що при цьому з розгляду випадає процес зміни явища всередині інтервалів.

Метод ковзної середньої

Суть методу ковзної середньої полягає в тому, що розраховується середній рівень з певного числа перших за порядком рівнів ряду (як правило, трьох, п'яти або семи), далі – середній рівень з такого числа рівнів, починаючи з другого, потім – починаючи з третього тощо.

Таким чином, середня як би ковзає по ряду динаміки від його початку до кінця, кожен раз відкидаючи один рівень на початку і додаючи один наступний.

При цьому за допомогою усереднення емпіричних даних індивідуальні коливання погашаються, і загальна тенденція розвитку явища виражається у вигляді деякої плавної лінії (теоретичні рівні). Отже, суть методу полягає в заміні абсолютних даних середніми арифметичними за певні періоди.

За своєю суттю метод ковзної середньої схожий на метод укрупнення інтервалів, але в даному випадку фактичні рівні замінюються середніми рівнями, розрахованими для послідовно

рухомих (ковзаючих) укрупнених інтервалів, що охоплюють кілька рівнів ряду.

Змінна середня володіє достатньою гнучкістю, але недоліком методу є укорочення згладженого ряду в порівнянні з фактичним, а, отже, втрата інформації. Крім того, змінна середня не дає аналітичного виразу тренду.

Період ковзної може бути парним і непарним. Практично зручніше використовувати непарний період, так як в цьому випадку змінна середня буде віднесена до середини періоду ковзання.

Припустимо, що $X_1, X_2 \dots X_n$ – річні дані про врожайність зернових. Для визначення першого значення ковзної середньої підсумовуються перші три члена емпіричного ряду, і отримана сума ділиться на три:

$$\bar{X}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}. \quad (6.14)$$

Друге значення ковзної середньої визначається так само, але підрахунок суми трьох членів ряду починається з другого члена емпіричного ряду:

$$\bar{X}_2 = \frac{X_2 + X_3 + X_4}{3}. \quad (6.15)$$

Далі, опускаючись в ряді на один рік, підраховуємо середню за наступні три роки тощо.

Отримані значення ковзної середньої відносяться до середини періоду, за який вона розрахована. Так, \bar{X}_1 при розрахунку трирічної ковзної середньої відноситься до другого члену початкового ряду динаміки, \bar{X}_2 – до третього тощо. При розрахунку ковзної середньої за п'ятьма членами ряду динаміки \bar{X}_1 буде відноситись до третього члену емпіричного ряду, \bar{X}_2 – до четвертого тощо.

Розрахунок загальної тенденції врожайності зернових методом ковзної середньої наведено в табл. 6.12.

Як видно з табл. 6.12, трирічний і п'ятирічний періоди при розрахунку ковзної середньої в нашому прикладі не виключили випадкових коливань.

Тому збільшуємо період ковзної середньої до семи років.

Таблиця 6.12 – Розрахунок загальної тенденції врожайності зернових методом ковзної середньої (при непарному числі членів ряду)

Роки	Умовні роки	Врожайність зернових, ц / га	Рухома сума трьох членів ряду	Рухома трирічна змінна середня	Рухома сума п'яти членів ряду	Рухома п'ятичленна змінна середня	Рухома сума семи членів ряду	Рухома семичленна змінна середня
2006	1	19,5	–	–	–	–	–	–
2007	2	23,4	67,9	22,6	–	–	–	–
2008	3	25	70,8	23,6	115,8	23,2	–	–
2009	4	22,4	72,9	24,3	125,1	25,0	171,2	24,5
2010	5	25,5	76,7	25,6	128,3	25,7	182,1	26,0
2011	6	28,8	80,9	27,0	133,7	26,7	182,4	26,1
2012	7	26,6	85,8	28,6	135	27,0	193,2	27,6
2013	8	30,4	80,7	26,9	145,3	29,1	206,8	29,5
2014	9	23,7	89,9	30,0	152,5	30,5	208,9	29,8
2015	10	35,8	95,5	31,8	153,5	30,7	212,6	30,4
2016	11	36	99,4	33,1	155,6	31,1	221	31,6
2017	12	27,6	96,1	32,0	166,9	33,4	221,8	31,7
2018	13	32,5	95,1	31,7	162,3	32,5	–	–
2019	14	35	98,7	32,9	–	–	–	–
2020	15	31,2	–	–	–	–	–	–

Розрахована на основі цього періоду змінна середня чітко і ясно показує тенденцію збільшення врожайності.

Методику розрахунку загальної тенденції ряду динаміки за допомогою прийому ковзної середньої за парною кількістю членів проілюструємо в табл. 6.13.

Таблиця 6.13 – Розрахунок загальної тенденції методом ковзної середньої (при парному числі членів ковзної середньої)

Роки	Умовні роки	Врожайність зернових, ц / га	Рухома сума шести членів ряду	Рухома нецентрована змінна середня	Рухома центрована змінна середня
2005	1	18,5	–	–	–
2006	2	19,5	–	–	–
2007	3	23,4	134,3	22,4	–
2008	4	25,0	144,6	24,1	23,2
2009	5	22,4	151,7	25,3	24,7
2010	6	25,5	158,7	26,5	25,9
2011	7	28,8	157,4	26,2	26,3
2012	8	26,6	170,8	28,5	27,4
2013	9	30,4	181,3	30,2	29,3
2014	10	23,7	180,1	30,0	30,1
2015	11	35,8	186,0	31,0	30,5
2016	12	36,0	190,6	31,8	31,4
2017	13	27,6	198,1	33,0	32,4
2018	14	32,5	–	–	–
2019	15	35,0	–	–	–
2020	16	31,2	–	–	–

Спочатку визначаються рухливі шестирічні суми. Розділивши їх на шість, знаходимо нецентровані рухливі середні.

Оскільки рухливі середні охоплюють шестирічні періоди, то в кожній з них в середньому знаходиться два члена – третій і четвертий, а рухлива сума знаходиться між ними.

Знаходимо далі середню з першої і другої нецентрованих середніх.

Таким чином, метод ковзної середньої дозволяє встановити тенденцію розвитку явищ.

До недоліку цього методу слід віднести те, що він скорочує довжину ряду при згладжуванні.

Методом, здатним усунути цей недолік, – встановити тенденцію розвитку явища на всьому інтервалі зміни динамічного ряду і дати їй кількісну оцінку, є *метод аналітичного вирівнювання ряду динаміки*.

Аналітичне вирівнювання ряду динаміки

Аналітичне вирівнювання динамічних рядів – це знаходження певної моделі (рівняння тренду), яка математично описує тенденцію розвитку явища в часі. При цьому рівні показника розглядаються тільки як функція від часу. На відміну від розглянутих вище методів, таких, як укрупнення інтервалів, ковзної середньої, спрямованих в основному на те, щоб відповісти на питання: чи є тенденція в динамічному ряді чи ні, і визначити її напрямок, аналітичне вирівнювання дозволяє більш точно встановити характер розвитку явища, а головне – описати його математично, вловити всі нюанси і напрямки розвитку і використовувати в подальшому отриману модель для *прогнозування*.

Першим кроком у проведенні аналітичного вирівнювання є вибір виду математичної функції, яку передбачається використовувати в якості моделі тренду. При цьому можна керуватися формою кривої, отриманої на основі відображення на графіку емпіричних даних. За віссю абсцис відкладаються тимчасові періоди (дати), за віссю ординат – значення рівнів динамічного ряду.

При цьому можливі кілька варіантів:

– явище має стабільний абсолютний приріст (позитивний або негативний), найбільш прийнятною лінією, що характеризує тенденцію зміни цього явища, є *пряма*;

– абсолютні прирости (позитивні або негативні) за періодами змінюються (прискорюються або сповільнюються). В цьому випадку тенденція характеризується або *гіперболою*, або *параболою* *другого, третього і т.д. порядків*.

Розглянемо, як відбувається вирівнювання ряду динаміки за прямою лінією. Завдання при цьому полягає в тому, щоб фактичні

дані ряду динаміки замінити такими, які рівномірно зростають або зменшуються.

Як відомо в загальному вигляді рівняння прямої має вигляд:

$$\hat{Y}_i = a_0 + a_1 \cdot t_i, \quad (6.16)$$

де \hat{Y}_i – значення вирівняного ряду;
 a_0 і a_1 – параметри рівняння прямої;
 t_i – показник часу.

Так як відомо значення t_i , необхідно визначити параметри рівняння a_0 і a_1 .

Для їх знаходження необхідно вирішити систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t_i = \sum Y_i \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 = \sum Y_i \cdot t_i. \end{cases} \quad (6.17)$$

Як приклад розглянемо динамічний ряд, представлений в табл. 6.14.

Таблиця 6.14 – Дохід банків від операцій з цінними паперами за 2016-2020 рр.

Показник	Роки				
	2016	2017	2018	2019	2020
Дохід банків від операцій з цінними паперами, тис. грн.	92	112	135	159	185
Ланцюгові абсолютні прирости	–	20	23	24	26

Розраховані ланцюгові абсолютні прирости відносно постійні, тому можна говорити про доцільність вибору як аналітичної функції рівняння прямої.

При знаходженні параметрів рівняння показник часу зручно позначити так, щоб виконувалася рівність: $(\sum t = 0)$. Для цього при непарній кількості рівнів ряду моменту (періоду) часу, що знаходиться в центрі ряду, присвоюється значення $t = 0$, попереднім – значення -1, -2, -3 тощо, а наступним – значення 1, 2, 3 тощо (тобто з кроком 1 від середини ряду в одну й іншу сторону від центру) (табл. 6.15).

Таблиця 6.15 – Позначення умовного показника часу при непарній кількості рівнів динамічного ряду

Показник	Роки				
	2016	2017	2018	2019	2020
Дохід банків від операцій з цінними паперами, тис. грн.	92	112	135	159	185
Умовний показник часу t	-2	-1	0	1	2

Розрахунок тенденції за рівнянням прямої при непарному числі членів ряду відображено в табл. 6.16.

Таблиця 6.16 – Розрахунок тенденції за рівнянням прямої при непарній кількості членів ряду

Роки	Дохід банків від операцій з цінними паперами (Y), тис. грн.	t	t^2	$Y \cdot t$	Розрахункове значення доходу банків, тис. грн.
2016	92	-2	4	-184	90
2017	112	-1	1	-112	113
2018	135	0	0	0	137
2019	159	1	1	159	160
2020	185	2	4	370	183
РАЗОМ	683	0	10	233	683

$$\begin{cases} 5a_0 + a_1 \cdot 0 = 683 \\ a_0 \cdot 0 + a_1 \cdot 10 = 233 \end{cases} \quad \begin{cases} 5a_0 = 683 \\ 10 \cdot a_1 = 233 \end{cases}$$

$$\hat{Y} = 136,6 + 23,3 \cdot t$$

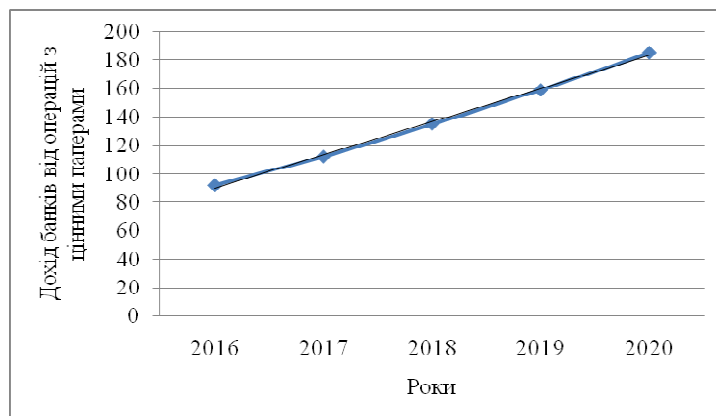


Рис. 6.1. Динаміка доходу банків від операцій з цінними паперами (за рівнянням прямої)

При парній кількості рівнів в середині ряду знаходяться два моменти (періоди) часу. Одному з них присвоюють значення $t = -1$, а іншому $t = +1$. Тоді попередні моменти часу отримують значення $-3, -5$ тощо, а наступні значення $+3, +5$ тощо (тобто з кроком 2 в одну та іншу сторону від центру) (табл. 6.17).

Таблиця 6.17 – Розрахункова таблиця для визначення параметрів рівняння прямої при парній кількості членів ряду

Роки	Дохід банків від операцій з цінними паперами (Y), тис. грн.	t	t^2	$Y \cdot t$	Розрахункове значення доходу банків, тис. грн.
2015	70	-5	25	-350	68
2016	92	-3	9	-276	91
2017	112	-1	1	-112	114
2018	135	1	1	135	137
2019	159	3	9	477	160
2020	185	5	25	925	183
РАЗОМ	753	0	70	799	753

$$\begin{cases} 6a_0 + a_1 \cdot 0 = 753 \\ a_0 \cdot 0 + a_1 \cdot 70 = 799 \end{cases} \quad \begin{cases} 6a_0 = 753 \\ 70 \cdot a_1 = 799 \end{cases}$$

$$\hat{Y} = 125,5 + 11,4 \cdot t$$

Якщо ж тенденція характеризується *гіперболою*, то система нормальних рівнянь визначення параметрів рівняння гіперболи має вигляд:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{t_i} = \sum Y_i \\ a_0 \sum \frac{1}{t_i} + a_1 \sum \frac{1}{t_i^2} = \sum \frac{Y_i}{t_i} \end{cases} \quad (6.18)$$

Розрахунок тенденції динамічного ряду за рівнянням гіперболи при непарній кількості членів ряду представлений в табл. 6.18.

Таблиця 6.18 – Розрахунок тенденції динамічного ряду за рівнянням гіперболи при непарній кількості членів ряду

Роки	Дохід банків від операцій з цінними паперами (Y), тис. грн.	t	$\frac{1}{t}$	$\frac{1}{t^2}$	$\frac{Y}{t}$	Розрахункове значення доходу банків, тис. грн.
2016	92	-2	-0,5	0,3	-46,0	117,9
2017	112	-1	-1,0	1,0	-112,0	99,2
2018	135	0	0	0	0	136,6
2019	159	1	1,0	1,0	159,0	174,0
2020	185	2	0,5	0,3	92,5	155,3
РАЗОМ	683	0	0	2,5	93,5	683,0

$$\begin{cases} 5a_0 + a_1 \cdot 0 = 683 \\ a_0 \cdot 0 + a_1 \cdot 2,5 = 93,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5a_0 = 683 \\ 2,5 \cdot a_1 = 93,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{t_i} = \sum Y_i \\ a_0 \sum \frac{1}{t_i} + a_1 \sum \frac{1}{t_i^2} = \sum \frac{Y_i}{t_i} \end{cases}$$

$$\hat{Y} = 136,6 + 37,4 \cdot \frac{1}{t}$$

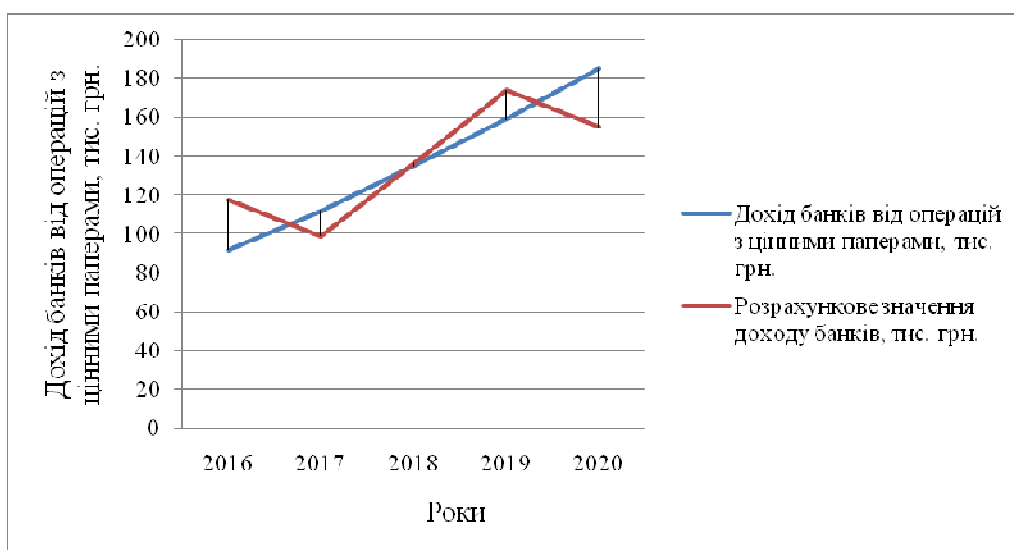


Рис. 6.2. Динаміка доходу банків від операцій з цінними паперами (за рівнянням гіперболи)

Система нормальних рівнянь для рівняння параболі має вигляд:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t_i + a_2 \sum t_i^2 = \sum Y_i \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 + a_2 \sum t_i^3 = \sum Y_i \cdot t_i \\ a_0 \sum t_i^2 + a_1 \sum t_i^3 + a_2 \sum t_i^4 = \sum Y_i \cdot t_i^2. \end{cases} \quad (6.19)$$

Таблиця 6.19 – Аналітичне вирівнювання ряду динаміки за рівнянням параболі другого порядку (при непарному числі членів ряду)

Роки	Дохід банків від операцій з цінними паперами (Y), тис. грн.	Умовні роки	t^2	t^3	t^4	$Y \cdot t$	$Y \cdot t^2$	Розрахунок значення доходу банків, тис. грн.
2016	92	-2	4	-8	16	-184	368	112
2017	112	-1	1	-1	1	-112	112	123
2018	135	0	0	0	0	0	0	135
2019	159	1	1	1	1	159	159	149
2020	185	2	4	8	16	370	740	164
РАЗОМ	683	0	10	0	34	233	1 379	683

$$\begin{cases} 5a_0 + a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot 10 = 683 \\ a_0 \cdot 0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 0 = 233 \\ a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot 0 + a_2 \cdot 34 = 1379 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a_0 + a_2 \cdot 10 = 683 \\ a_1 \cdot 10 = 233 \\ a_0 \cdot 10 + a_2 \cdot 34 = 1379 \end{cases}$$

$$a_1 = 23,3$$

$$a_0 + a_2 \cdot 2 = 136,6$$

$$a_0 = 136,6 - a_2 \cdot 2$$

$$(136,6 - a_2 \cdot 2) \cdot 10 + a_2 \cdot 34 = 1379$$

$$1366 - a_2 \cdot 20 + a_2 \cdot 34 = 1379$$

$$a_2 \cdot 14 = 13$$

$$a_2 = 0,93$$

$$a_0 = 136,6 - 2 \cdot 0,93 = 134,74$$

$$\hat{Y} = 134,74 + 13 \cdot t + 0,93 \cdot t^2$$

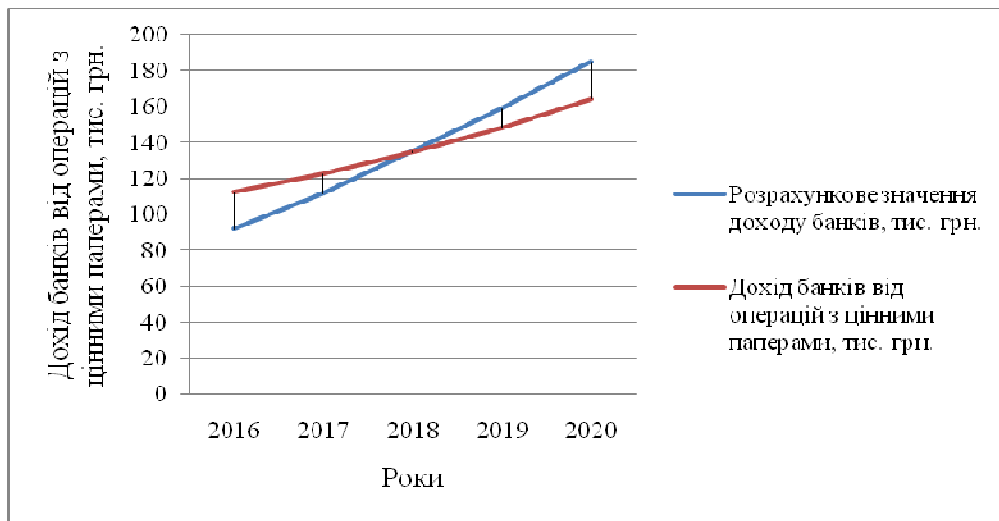


Рис. 6.3. Динаміка доходу банків від операцій з цінними паперами (за рівнянням параболи другого порядку)

Підставляючи в отримане рівняння t , знаходимо вирівняне значення рівня ряду.

У разі якщо аналітичне вирівнювання вироблено за кількома видами залежностей (наприклад, прямої, гіперболи тощо), то критерієм вибору є мінімум суми:

$$F = \sum (Y_i - Y'_i)^2 \rightarrow \min.$$

6.4. Статистичне вивчення сезонних компонентів динамічного ряду

Сезонними називають періодичні коливання, що виникають під впливом зміни пори року. Їх роль дуже велика в агропромисловому комплексі, торгівлі багатьма товарами,

захворюваності, будівництві, діяльності рекреаційних установ, на транспорті. Сезонні коливання строго циклічні – повторюються щороку, хоча сама тривалість пір року має коливання. Для вивчення сезонних коливань необхідно мати рівні за кожен квартал, а краще – за кожен місяць.

Слід ще раз відзначити, що не будь-які відмінності в місячних або квартальних рівнях є сезонними коливаннями, а тільки регулярно повторювані рік за роком. Якщо ж відмінності місячних рівнів або будь-яких внутрішньорічних рівнів в один рік розподілені зовсім інакше, ніж в інший рік, то це – не сезонні, а випадкові коливання, тобто коливання, викликані причинами, не пов'язаними зі зміною пір року. Наприклад, такими можуть бути коливання курсів акцій, обмінних курсів валют, викликані зміною фінансової політики держави, науково-технічними відкриттями, політичними кризами в країні і світі, злиттям і поділом компаній тощо.

Статистичне вивчення сезонної компоненти динамічного ряду полягає у виявленні характеру сезонних коливань і виключення сезонної компоненти для подальшого ряду динаміки.

Сезонність характеризується:

- тривалістю періоду коливання (відрізком часу між сусідніми точками максимуму і мінімуму);
- амплітудою сезонних коливань – різницею між максимальними та мінімальними значеннями;
- розміщенням максимумів і мінімумів в часі.

Якщо сезонні коливання в цих трьох аспектах стабільні, то сезонність носить постійний характер. Якщо ж зазначені показники з плином часу змінюються, то сезонність носить змінний характер.

Кількісно характер сезонності виражається спеціальними показниками, які називаються індексами сезонності і сукупність яких виражає *сезонну хвилю*.

Методика розрахунку сезонної хвилі істотно залежить від характеру тенденції. Якщо тенденція постійна, то сезонна хвиля розраховується без її виключення. В іншому випадку, тобто коли динамічний ряд носить яскраво виражену тенденцію, то розрахунку сезонної хвилі має передувати виключення загальної тенденції.

Метод простих середніх

У тих випадках, коли середній річний рівень сезонного явища залишається від року до року відносно незмінним, іншими словами, в часі ряду відсутній тренд, застосовується *метод простих середніх*. Суть методу полягає у визначенні простої середньої за одні й ті ж місяці (квартали, декади) усього досліджуваного періоду і в зіставленні цих середніх з середньою за весь досліджуваний період. Слід зазначити, що при використанні даних тільки одного року розрахунки можуть бути занадто ненадійними в силу елемента випадковості. Тому на практиці для виявлення закономірності в сезонних коливаннях використовуються дані за ряд років (наприклад, місячні дані за три роки). Тоді для кожного місяця розраховується середня величина рівня ряду за три роки, після чого на основі отриманих даних розраховується середньомісячний рівень за весь період спостереження.

Приклад 6.1. Наявні дані щодо виробництва молока в спеціалізованій агрофірмі за кожен місяць протягом трьох років. Потрібно розрахувати місячні індекси сезонності (сезонну хвилю). Вихідні дані і результати розрахунку представлені в табл. 6.20.

Таблиця 6.20 – Розрахунок сезонної хвилі методом простих середніх

Місяць	Виробництво молока в агрофірмі, ц				Індекси сезонності, %
	2018 р.	2019 р.	2020 р.	В середньому за три роки	
1	2	3	4	5	6
Січень	602	618	634	618	59
Лютий	675	682	709	689	65
Березень	986	998	1017	1000	95
Квітень	1192	1214	1231	1212	115
Травень	1458	1472	1486	1472	140
Червень	1507	1529	1557	1531	146
Липень	1621	1643	1668	1644	156
Серпень	1370	1382	1398	1383	131
Вересень	943	951	975	956	91
Жовтень	739	746	760	748	71

Продовження табл. 6.20

1	2	3	4	5	6
Листопад	687	692	701	693	66
Грудень	664	674	692	677	64
Середньомісячний рівень	–	–	–	1052	100

Розв'язання. Для отримання індексів сезонності, перш за все, для кожного місяця розраховуються середньомісячні рівні за три роки. Наприклад, для січня цей середньомісячний рівень дорівнює $(602 + 618 + 634) / 3 = 618$ тощо. Розрахунок цих значень дає можливість позбутися від елементів випадковості, що мали місце в тому чи іншому році. Потім на основі отриманих середньомісячних рівнів розраховується їх проста середня середньомісячного виробництва молока за всі три роки спостереження; в нашому прикладі ця величина дорівнює 1054 ц. Шукані місячні індекси сезонності (у відсотках) знаходяться як відношення середніх для кожного місяця до середньомісячного рівня за весь період спостереження, що приймається за 100%. Як приклад розрахуємо індекс сезонності для січня. Значення цього індексу дорівнює $618/1054 \cdot 100 = 59 \%$. Аналогічно розраховуються індекси сезонності для інших місяців; розраховані індекси сезонності представлені в останній графі табл. 6.20.

Ці індекси характеризують сезонну хвилю виробництва молока в даній агрофірмі і розмах її коливання у внутрішньорічній динаміці.

Обмеженість застосування цього методу полягає в тому, що він правильно відображає сезонну компоненту лише в тому випадку, коли загальна тенденція динамічного ряду має постійний рівень, паралельний осі абсцис.

Метод помісячних відношень

Якщо рівень економічного явища виявляє тенденцію до зростання або зниження, тобто має місце *тренд*, то відхилення від постійного середнього рівня можуть викривити сезонні коливання. У таких випадках застосовується *метод помісячних відношень*. Він

полягає в тому, що спочатку обчислюються за кожним роком відсоткові відношення між показниками за кожен даний і попередній місяці, а потім з отриманих відношень визначаються їх середні арифметичні. Ці середні показують динаміку зміни показника в даному місяці в порівнянні з попереднім.

Приклад 6.2. На основі даних прикладу 6.1 про виробництво молока в спеціалізованій агрофірмі за три роки потрібно проаналізувати сезонні коливання виробництва молока на фірмі з використанням методу помісячних відношень. Результати розрахунків представлені в табл. 6.21.

Таблиця 6.21 – Розрахунок сезонної хвилі методом помісячних відношень

Місяць	Виробництво молока в агрофірмі, ц			Індекси сезонності, %
	2018 р.	2019 р.	2020 р.	
Січень	100	100	100	100
Лютий	112	110	112	111
Березень	146	146	143	145
Квітень	121	122	121	121
Травень	122	121	121	121
Червень	103	104	105	104
Липень	108	107	107	107
Серпень	85	84	84	84
Вересень	69	69	70	69
Жовтень	78	78	78	78
Листопад	93	93	92	93
Грудень	97	97	99	98
Середньомісячний рівень	–	–	–	100

Розв’язання. Всі відношення за січень приймаємо за 100%. За даними розглянутого прикладу для лютого кожного року отримуємо наступні три відношення: у 2005 році - $675/602 \cdot 100 = 112\%$; в 2006 р - $682/618 \cdot 100 = 110\%$; в 2007 р - $709/634 \cdot 100 = 112\%$. Середня арифметична цих величин дає середнє помісячне ставлення в лютому: $(112 + 110 + 112) / 3 = 111\%$. Це означає, що в лютому виробництво молока в порівнянні з січнем зросло в середньому на

11%. Аналогічно розраховується помісячне відношення березня до лютого і так за всіма місяцями року.

Метод помісячних відношень дає більш точне уявлення про сезонні коливання в порівнянні з методом простих середніх.

6.5. Інтерполяція та екстраполяція

Інтерполяцією називається приблизний розрахунок відсутніх рівнів всередині однорідного періоду, коли відомі рівні по обидві сторони невідомого.

Інтерполяція проводиться, виходячи з припущення, що зміни в межах періоду, що виражають закономірність розвитку, відносно стійкі. Для цього необхідно встановити характер динаміки, тобто знайти відносно стійкі похідні (середні) показники: абсолютний приріст, темп зростання тощо.

Можуть бути *різні варіанти інтерполяції*:

1) розраховується середня арифметична з прилягаючих до пропущеного рівнів ряду;

2) при відносній стабільності абсолютних приростів інтерполяція рівнів ряду здійснюється додаванням середнього абсолютного приросту до рівня, що передує пропущеному;

3) при відносній стабільності темпів зростання рівень, що передує пропущеному, помножується на величину середнього темпу зростання.

Приклад 6.3. Припустимо, пропущений рівень 2018 рік (табл. 6.22).

Таблиця 6.22 – Динаміка виробництва холодильників за період 2015-2020 рр.

Показник	Роки					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Виробництво холодильників, тис. шт.	802,0	812,0	836,5	868,7	885,8	953,3
Абсолютний приріст, шт.	–	10,0	24,5	32,2	17,1	67,5
Темп зростання, %	–	101,2	103,0	103,8	102,0	107,6

Використовуючи перший спосіб інтерполяції, визначимо його як середню арифметичну з рівнів 2017 і 2019 рр.:

$$Y_{2018} = \frac{Y_{2017} + Y_{2019}}{2} = \frac{836,5 + 885,8}{2} = \frac{1722,3}{2} = 861,15 \text{ тис. шт.}$$

Зробимо інтерполяцію за другим способом розрахунку. Для цього необхідно обчислити середньорічний абсолютний приріст за 2016-2020 рр.:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_i}{m} = \frac{10,0 + 24,5 + 32,2 + 17,1 + 67,5}{5} = \frac{150,8}{5} = 30,3 \text{ тис. шт.}$$

Визначаємо рівень 2018 р.:

$$Y_{2018} = Y_{2017} + \bar{\Delta} = 836,5 + 30,3 = 866,8 \text{ тис. шт.}$$

Інтерполяція за третім способом вимагає попереднього розрахунку середньорічного темпу зростання за 2015-2020 рр.:

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} = \sqrt[6-1]{\frac{953,3}{802,0}} = \sqrt[5]{1,189} = 1,035 \text{ або } 103,5\%$$

Рівень 2018 року складе:

$$Y_{2018} = Y_{2017} \cdot \bar{T} = 836,5 \cdot 1,035 = 865,8 \text{ тис. шт.}$$

Порівнюючи три способи інтерполяції рівня виробництва холодильників для 2018 року, відзначимо, що найкраще наближення до фактичного рівня дає розрахунок за величиною середньорічного абсолютного приросту.

Екстраполяцією називається приблизний розрахунок відсутнього рівня по одну сторону невідомого. Якщо розрахунок рівнів здійснюється на перспективу, то такий спосіб являє собою *прогнозування*.

Прогноз рівнів здійснюється на основі вихідного ряду динаміки (бази прогнозу). До нього пред'являється ряд вимог:

- 1) повнота і безперервність рівнів вихідного ряду динаміки;
- 2) якісна його однорідність з точки зору наявності загальної закономірності розвитку явищ;

3) кількість рівнів, що входять в вихідний ряд динаміки має бути досить значною, з тим, щоб закономірність розвитку явищ була досить чіткою і піддавалася кількісному вимірюванню.

Ідея прогнозу базується на тому постулаті, що закономірності розвитку явищ, властиві вихідному ряду динаміки, зберігаються і в прогнозованому періоді. При середньостроковому прогнозі рекомендується прогноз рівнів здійснювати не більше ніж на одну третину довжини вихідного ряду динаміки.

Якщо розвиток процесу йде за законом арифметичної прогресії (з відносно стабільними абсолютними приростами), то рівні прогнозу (точкові) визначаються за формулою:

$$Y_{i+t} = Y_i + t_i \cdot \bar{\Delta}, \quad (6.20)$$

де Y_i – останній рівень у вихідному ряду динаміки;

t_i – порядковий номер періоду прогнозу ($t_i = 1, 2, \dots, n$);

$\bar{\Delta}$ – середній абсолютний приріст у вихідному ряду динаміки.

За даними табл. 6.22 обчислимо прогноз виробництва холодильників на 2021-2022 рр.:

$$Y_{2021} = Y_{2020} + t_1 \cdot \bar{\Delta} = 953,3 + 1 \cdot 30,3 = 983,6 \text{ тис. шт.}$$

$$Y_{2022} = Y_{2020} + t_2 \cdot \bar{\Delta} = 953,3 + 2 \cdot 30,3 = 1013,9 \text{ тис. шт.}$$

В рядах динаміки, в яких розвиток явищ відбувається за законом геометричної прогресії (з відносно стабільними темпами зростання), рівні прогнозу визначаються за формулою:

$$Y_{i+t} = Y_i \cdot \bar{T}^t, \quad (6.21)$$

де \bar{T}^t – середній темп зростання в вихідному ряді динаміки. Стосовно нашого прикладу (табл. 6.22) матимемо такі прогнозні значення виробництва холодильників:

$$Y_{2021} = Y_{2020} \cdot \bar{T}^{t1} = 953,3 \cdot 1,035 = 986,7 \text{ тис. шт.}$$

$$Y_{2022} = Y_{2021} \cdot \bar{T}^{t2} = 953,3 \cdot (1,035)^2 = 1021,2 \text{ тис. шт.}$$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. *Складовими динамічного ряду є:*

- а) числові значення показника;
- б) ознака часу (момент або інтервал);
- в) числові значення показника та ознака часу (момент або інтервал);
- г) значення ознаки та частоти.

2. *Абсолютний приріст характеризує:*

- а) на скільки одиниць ряду збільшився (зменшився) порівнюваний рівень у порівнянні з базисним;
- б) у відносних величинах, на скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;
- в) у відносних величинах у скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;
- г) у відносних величинах у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

3. *Середній темп зростання характеризує:*

- а) на скільки одиниць ряду збільшився (зменшився) порівнюваний рівень у порівнянні з базисним;
- б) у відносних величинах, на скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;
- в) у відносних величинах у скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;
- г) у відносних величинах у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

4. *Темп приросту характеризує:*

- а) на скільки одиниць ряду збільшився (зменшився) порівнюваний рівень у порівнянні з базисним;
- б) у відносних величинах, на скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;
- в) у відносних величинах у скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;

г) у відносних величинах у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

5. Темп зростання характеризує:

а) на скільки одиниць ряду збільшився (зменшився) порівнюваний рівень у порівнянні з базисним;

б) у відносних величинах, на скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;

в) у відносних величинах у скільки разів за аналізований період змінилося значення досліджуваного показника;

г) у відносних величинах у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

6. Приблизний розрахунок відсутніх рівнів всередині однорідного періоду, коли відомі рівні по обидві сторони невідомого – це:

а) інтерполяція;

б) екстраполяція;

в) аналітичне вирівнювання ряду динаміки;

г) апроксимація.

7. Приблизний розрахунок відсутнього рівня по одну сторону невідомого – це:

а) інтерполяція;

б) екстраполяція;

в) аналітичне вирівнювання ряду динаміки;

г) апроксимація.

8. Сезонність характеризується:

а) тривалістю періоду коливання;

б) амплітудою сезонних коливань;

в) розміщенням максимумів і мінімумів в часі;

г) всі відповіді вірні.

9. Якщо явище має стабільний абсолютний приріст (позитивний або негативний), найбільш прийнятною лінією, що характеризує тенденцію зміни цього явища, є:

- а) пряма;
- б) гіпербола;
- в) парабола другого порядку;
- г) парабола третього порядку.

10. Якщо абсолютні прирости (позитивні або негативні) за періодами змінюються (прискорюються або сповільнюються), то найбільш прийнятним графіком, що характеризує тенденцію зміни цього явища, є:

- а) пряма;
- б) гіпербола;
- в) парабола другого порядку;
- г) парабола третього порядку.

11. Якщо чисельність працівників підприємства на перше число кожного місяця в I кварталі 2020 р. склала: 1 січня – 250 осіб; 1 лютого – 248 осіб; 1 березня – 247 осіб; 1 квітня – 251 чоловік, то середньомісячна чисельність працівників фірми за I квартал складе:

- а) 251;
- б) 250;
- в) 249;
- г) 248.

12. Якщо обсяг виробництва продукції за роками склав: 2018 р. – 150 тис. грн., 2019 р. – 230 тис. грн., 2020 р. – 245 тис. грн., то середній його рівень складе:

- а) 208;
- б) 206;
- в) 203;
- г) 209.

13. Якщо середній темп зростання ряду динаміки дорівнює 1,045, а обсяг виробництва продукції у 2020 році склав 560 тис. грн., то прогнозне значення обсягу виробництва продукції у 2021 році дорівнюватиме:

- а) 580;
- б) 590;

- в) 583;
- г) 585.

14. Загальний напрямок до зростання, зниження або стабілізації рівня явища з плином часу – це:

- а) тенденція;
- б) систематичні коливання;
- в) випадкові коливання;
- г) правильної відповіді немає.

15. До основних методів, що використовуються для аналізу динаміки, відносяться:

- а) метод укрупнення інтервалів;
- б) метод ковзних середніх рівнів;
- в) метод аналітичного вирівнювання динамічного ряду;
- г) екстраполяція.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Дайте визначення поняття моментного ряду динаміки. Наведіть приклади моментних рядів динаміки.
2. Дайте визначення поняття інтервального ряду динаміки. Наведіть приклади інтервальних рядів динаміки.
3. Наведіть приклади рядів динаміки абсолютних та відносних величин.
4. Вкажіть порядок розрахунку абсолютної величини 1 % приросту.
5. Перелічіть три компоненти зміни рівнів динаміки.
6. Назвіть методи, що використовуються для аналізу динаміки.
7. В чому полягає аналітичне вирівнювання динамічних рядів?
8. Якими показниками характеризується сезонність?
9. В чому полягає відмінність між інтерполяцією та екстраполяцією?

ТЕМА 7. ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

7.1. Теоретичні основи вибіркового спостереження.

7.2. Принципи утворення вибірових сукупностей.

7.1. Теоретичні основи вибіркового спостереження

Основним джерелом статистичних даних є масове статистичне спостереження. Воно може бути суцільним і несучільним.

Суцільне спостереження передбачає обстеження всіх без винятку одиниць генеральної сукупності. Наприклад, для визначення загальної чисельності населення під час перепису збирають дані про кожну окрему людину, яка проживає в країні; для встановлення обсягу виробленої продукції (зерна, молока, м'яса тощо), ведуть щоденний облік її виробництва тощо.

Однак з деяких причин (великої трудомісткості, тривалості проведення, високої вартості тощо) суцільне спостереження часто буває економічно недоцільним або практично нездійсненним. Тому на практиці переважно застосовують несучільне спостереження.

Особливе місце серед видів несучільного спостереження займає *вибіркове спостереження*.

Вибірковим називається таке несучільне спостереження, при якому ознаки реєструються в окремих одиниць досліджуваної статистичної сукупності, відібраних з використанням спеціальних методів, а отримані в процесі обстеження результати з певним рівнем імовірності поширюються на всю вихідну сукупність.

Вибіркове спостереження не можна ототожнювати з несучільним обстеженням взагалі, так як воно є лише одним з його видів, найбільш опрацьованим з методологічної та організаційної точок зору. Крім вибіркового спостереження несучільне обстеження може здійснюватися шляхом *монографічного опису, методом основного масиву* або на основі різних видів *анкетування*, коли відсутні будь-які спеціальні методи відбору респондентів і відсоток заповнених і повернутих анкет заздалегідь не відомий.

Переваги вибіркового спостереження полягають в наступному:

1. Вибіркове спостереження дає значну економію коштів і часу. *Наприклад, при обстеженні 10% загального числа одиниць сукупності обсяг роботи скорочується приблизно в 10 разів, 5% – в 20 разів тощо.*

2. Вибіркове спостереження дає можливість більш детально і всебічно охарактеризувати сукупність, яка вивчається, і домогтися більшої точності при реєстрації фактів (оскільки обстежується менше одиниць сукупності). Тому воно іноді використовується для контролю результатів суцільного спостереження.

3. Вибіркове спостереження може бути проведено тоді, коли суцільне неможливо здійснити фізично або недоцільно економічно. *Наприклад, при перевірці якості деталей, які випускаються десятками і сотнями мільйонів одиниць. Або коли це пов'язано зі знищенням і приведенням в непридатність обстежуваних одиниць сукупності: випробування електричних ламп на тривалість горіння, деталей на міцність, продуктів на смакові якості тощо. Не можна перевірити на відповідність стандартам кожен пакет з соком або молочною продукцією, так як це пов'язано з розкриттям їх упаковки. У подібних випадках контроль якості може здійснюватися тільки з використанням вибіркового методу.*

При проведенні вибіркового спостереження вся сукупність одиниць називається **генеральною сукупністю**, а та частина сукупності одиниць, яка піддається вибіркового обстеженню – **вибірковою сукупністю**.

Завдання вибіркового спостереження – отримати правильне уявлення про показники всієї генеральної сукупності на основі вивчення вибіркової сукупності.

При вибіркового спостереженні мають справу з двома категоріями узагальнюючих показників: з відносними і середніми величинами (табл. 7.1).

Відносні величини застосовуються для зведеної характеристики сукупностей за альтернативною ознакою.

Відношення числа одиниць генеральної сукупності, що володіють даною ознакою (M), до обсягу генеральної сукупності називається генеральної часткою (P).

Таблиця 7.1 – Основні характеристики параметрів генеральної і вибіркової сукупностей

Характеристика	Генеральна сукупність	Вибіркова сукупність
Обсяг сукупності (загальна чисельність одиниць)	N	n
Альтернативна ознака		
Чисельність одиниць, що володіють певним значенням ознаки	M	m
Частка одиниць, що володіють певним значенням ознаки	$P = \frac{M}{N}$	$w = \frac{m}{n}$
Дисперсія частки	$\sigma_p^2 = p \cdot (1 - p)$	$\sigma_w^2 = w \cdot (1 - w)$
Кількісна ознака		
Середнє значення ознаки	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$	$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
Дисперсія кількісної ознаки	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n}$

Генеральна частка розраховується за формулою:

$$P = \frac{M}{N}. \quad (7.1)$$

Відношення числа одиниць генеральної сукупності, що не володіють даною ознакою, до загальної генеральної сукупності, дає нам частку одиниць, що не володіють даною ознакою:

$$q = \frac{N - M}{N} = 1 - \frac{M}{N} = 1 - P. \quad (7.2)$$

Якщо позначити обсяг вибірки як n , а число одиниць, що володіють альтернативною ознакою, як m , то відношення $n/m = w$ і називається **вбірковою часткою** або **частістю**.

При дослідженні на основі вибіркового спостереження альтернативної ознаки завдання полягає в тому, щоб дати на основі вибіркової частки уявлення про генеральну частку.

Середні величини застосовуються для зведеної характеристики кількісної ознаки, що варіює, у всій сукупності. Середнє значення ознаки у генеральній сукупності дає нам генеральну середню, а середнє значення у одиниць, які зазнали вибіркового спостереження – вибіркoву середню. Тут завдання вибіркового спостереження полягає в тому, щоб на основі вибіркової середньої дати правильне уявлення про генеральну середню.

Різниця між генеральною і вибірковою середньою (часткою) утворює **помилку вибірки**. При вибірковоmu спостереженні виникають такі види помилок:

- помилки реєстрації;
- помилки репрезентативності.

Помилками реєстрації називаються такі похибки, які виникають внаслідок неправильної реєстрації значень ознаки окремих одиниць сукупності.

Помилками репрезентативності називаються розбіжності між узагальнюючими показниками відібраної частини сукупності і всієї сукупності в цілому в умовах правильної реєстрації даних.

Помилки репрезентативності можуть бути систематичними і випадковими.

Систематичні помилки репрезентативності виникають в силу порушення принципів проведення вибіркового спостереження (неправильне здійснення відбору, довільна заміна одиниць сукупності, що потрапили у вибірку, іншими тощо). При правильному відборі одиниць у вибіркoву сукупність систематичних помилок репрезентативності не буде. Однак все ж і в цих випадках можливі розбіжності між характеристиками вибіркової і генеральної сукупності. Розбіжності ці виникають в силу того, що вибіркoва сукупність не відтворює точно генеральну сукупність.

Розбіжність між характеристиками відібраної частини сукупності і характеристиками всієї сукупності в цілому при правильно зробленому відборі і правильній реєстрації, носять назву *випадкових помилок репрезентативності*.

Оскільки помилки реєстрації та систематичні помилки репрезентативності можуть бути усунені при організації

вибіркового спостереження, то помилками вибірки ми будемо вважати лише *випадкові помилки репрезентативності*.

Величина помилки вибірки залежить:

- 1) від чисельності вибіркової сукупності;
- 2) від ступеня коливання ознаки в сукупності.

Чим більше одиниць генеральної сукупності включається до вибірки, тим точніше остання відтворює генеральну сукупність, а відповідно і меншою є різниця між вибірковою і генеральною середньою.

Таким чином, розбіжності між характеристиками вибіркової і генеральної сукупності вимірюються *середньою помилкою вибірки* μ .

Величина середньої помилки вибірки розраховується диференційовано в залежності від способу і процедури вибірки.

При *випадковому повторному відборі середня помилка* визначається за формулою:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}, \quad (7.3)$$

де σ^2 – дисперсія;
 n – обсяг вибірки.

Для альтернативної ознаки:

$$\mu = \sqrt{\frac{P \cdot (1 - P)}{n}}, \quad (7.4)$$

де P – частка ознаки у вибірковій сукупності.

Таким чином, **середня помилка вибірки прямо пропорційна середньоквадратичному відхиленню ознаки і обернено пропорційна кореню квадратному з числа спостережень.**

Звідси випливає, що, для того, *щоб зменшити похибку вибірки в 2 рази, число спостережень слід збільшити в 4 рази.*

Для встановлення меж відхилення генеральної від вибіркової середньої використовується *гранична помилка вибірки*. Вона визначається за формулою:

$$\Delta = t \cdot \mu, \quad (7.5)$$

де Δ – гранична помилка вибірки;
 μ – середня помилка вибірки;
 t – коефіцієнт довіри.

Гранична помилка вибірки – статистична величина, яка визначає, з певним ступенем імовірності, максимальне значення, на яке результати вибірки відрізняються від результатів генеральної сукупності. Складає половину довжини довірчого інтервалу.

Приклад використання: «середній зріст здобувача першого курсу становить 180 ± 20 см з імовірністю 95%».

Тут:

- 180 см – середнє значення вибірки;
- 95% – довірна ймовірність (коефіцієнт надійності);
- 160-200 см – довірчий інтервал;
- 20 см – межа похибки.

Тлумачення: «з імовірністю 95% справжнє середнє значення генеральної сукупності лежить в інтервалі 160-200 см».

7.2. Принципи утворення вибірових сукупностей

Залежно від складу і структури генеральної сукупності вибирається вид вибірки, або спосіб відбору.

До найбільш поширених на практиці видів вибірки відносяться:

- власне-випадкова (проста випадкова) вибірка;
- механічна (систематична) вибірка;
- типова (стратифікована, розшарована) вибірка;
- серійна (гніздова) вибірка.

Власне-випадковий відбір. Вибіркова сукупність утворюється на основі випадкового відбору.

Приклад: лотереї або жеребкування.

При повторному відборі кожна одиниця (або група одиниць) генеральної сукупності, що потрапила у вибірку, після запису розміру повертається в генеральну сукупність і, отже, може багаторазово потрапляти у вибірку. При безповторному відборі кожна одиниця (або група одиниць) генеральної сукупності, що потрапила у вибірку, після запису розміру ознаки більше в генеральну сукупність не повертається.

Помилку вибірки визначають за формулами (7.3) та (7.4).

Застосування цих формул передбачає, що відомі генеральна дисперсія і генеральна частка. Однак насправді ці показники невідомі, тому що вибірка для того і проводиться, щоб на основі вибірових показників з'ясувати невідомі значення відповідних генеральних показників. Зважаючи на це виникає необхідність заміни генеральної дисперсії σ_{Γ}^2 і генеральної частки іншими, близькими до них величинами. Такими величинами можуть бути вибірова дисперсія $\sigma_{\text{В}}^2$ і вибірова частка w .

У математичній статистиці доводиться, що:

$$\sigma_{\Gamma}^2 = \sigma_{\text{В}}^2 \cdot \frac{n}{n-1} \qquad p \cdot q = w \cdot (1-w) \cdot \frac{n}{n-1}. \qquad (7.6)$$

Неважко бачити, що при досить великому обсязі вибірки величина поправки $n/(n-1)$ істотних значень не має. Тому це дозволяє за вибіровими характеристиками визначити середню помилку вибірки (табл. 7.2).

Таблиця 7.2 – Формули середньої помилки вибірки (μ) при власне-випадковому способі відбору

Помилки вибірки	При відборі	
	повторному	безповторному
Для середньої	$\sqrt{\frac{\sigma_{\text{В}}^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{\sigma_{\text{В}}^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Для частки	$\sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}}$	$\sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$

Необхідний мінімальний обсяг вибірки визначаємо з формул середньої помилки вибірки (табл. 7.3).

Таблиця 7.3 – Формули чисельності вибірки при власне-випадковому методі відбору

Чисельність вибірки	При відборі	
	повторному	безповторному
Для середньої	$\frac{t^2 \cdot \sigma_{\Gamma}^2}{\Delta^2}$	$\frac{t^2 \cdot \sigma_{\Gamma}^2 \cdot N}{N \cdot \Delta^2 + t^2 \cdot \sigma^2}$
Для частки	$\frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w)}{\Delta^2}$	$\frac{t^2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot N}{N \cdot \Delta^2 + t^2 \cdot w \cdot (1-w)}$

Приклад. В результаті вибіркового обстеження незайнятого населення, що шукає роботу, здійсненого на основі власне-випадкової повторної вибірки, отриманий наступний ряд розподілу (табл. 7.4).

Таблиця 7.4 – Результати вибіркового обстеження незайнятого населення

Вік, років	до 25	25-35	35-45	45-55	55 і більше
Чисельність осіб даного віку	15	37	71	45	22

З ймовірністю 0,954 визначте межі:

- а) середнього віку незайнятого населення;
- б) частки (питомої ваги) осіб, молодших 25 років, в загальній чисельності незайнятого населення.

Рішення. Для визначення середньої помилки вибірки нам необхідно, перш за все, розрахувати вибірку середню величину і дисперсію досліджуваної ознаки, дані для розрахунку яких наведені в табл. 7.5.

$$\tilde{x} = \frac{7820}{190} = 41,2$$

$$\sigma^2 = \frac{34460}{190} - 41,2^2 = 116,24.$$

Таблиця 7.5 – Розрахунок середнього віку незайнятого населення і дисперсії

Вік, років x	Чисельність осіб даного віку f	Середина інтервалу x	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
до 25	15	20	300	6000
25-35	37	30	1110	33300
35-45	71	40	2840	113600
45-55	45	50	2250	112500
55 і більше	22	60	1320	79200
Разом	190	–	7820	344600

Середня помилка вибірки складе:

$$\mu = \sqrt{\frac{116,24}{190}} = 0,8 \text{ (років)}$$

Визначимо з ймовірністю 0,954 ($t = 2$) граничну помилку вибірки:

$$\Delta = 2 \cdot 0,8 = 1,6 \text{ (років)}$$

Встановимо межі генеральної середньої:

$$(41,2 - 1,6) \leq \tilde{x} \leq (41,2 + 1,6)$$

$$39,6 \leq \tilde{x} \leq 42,8$$

Таким чином, на підставі проведеного вибіркового обстеження з ймовірністю 0,954 можна зробити висновок, що середній вік незайнятого населення, що шукає роботу, лежить в межах від 40 до 43 років.

Для відповіді на питання, поставлене в пункті «б» даного прикладу, за вибілковими даними визначимо частку осіб у віці до 25 років і розрахуємо дисперсію частки:

$$w = \frac{15}{190} = 0,079$$

$$\sigma_w^2 = 0,079 \cdot (1 - 0,079) = 0,073$$

Розрахуємо середню помилку вибірки:

$$\mu = \sqrt{\frac{0,073}{190}} = 0,02$$

Гранична помилка вибірки із заданою вірогідністю складе:

$$\Delta = 2 \cdot 0,02 = 0,04$$

Визначимо межі генеральної частки:

$$(0,079 - 0,04) \leq p \leq (0,079 + 0,04)$$

$$0,039 \leq p \leq 0,119$$

Отже, з імовірністю 0,954 можна стверджувати, що частка осіб у віці до 25 років у загальній чисельності незайнятого населення знаходиться в межах від 3,9 до 11,9%.

При розрахунку середньої помилки власне-випадкової неповторної вибірки необхідно враховувати поправку на неповторний відбір:

$$\sqrt{\frac{\sigma_B^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}. \quad (7.7)$$

де N – обсяг (кількість одиниць) генеральної сукупності.

Необхідний обсяг власне-випадкової повторної вибірки визначається за формулою:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta_x^2}. \quad (7.8)$$

Якщо відбір неповторний, то формула набуває такого вигляду:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma_r^2 \cdot N}{N \cdot \Delta^2 + t^2 \cdot \sigma^2}. \quad (7.9)$$

Отриманий на основі використання цих формул результат завжди округлюється в більшу сторону до цілого значення.

Приклад. Потрібно визначити, скільки учнів перших класів шкіл району необхідно відібрати в порядку власне-випадкової

безповторної вибірки, щоб з ймовірністю 0,997 визначити межі середнього зросту першокласників з граничною помилкою 2 см. Відомо, що всього в перших класах шкіл району навчається 1100 учнів, а дисперсія зростання за результатами аналогічного обстеження в іншому районі склала 24.

Рішення. Необхідний обсяг вибірки при рівні ймовірності 0,997 ($t = 3$) складе:

$$n = \frac{3^2 \cdot 24 \cdot 1100}{1100 \cdot 2^2 + 3^2 \cdot 24} = 51,5 \approx 52 \text{ (школярів)}$$

Таким чином, для отримання даних про середнє зростання першокласників із заданою точністю необхідно обстежити 52 школяра.

Механічний відбір полягає в тому, що відбір одиниць у вибірку сукупність проводиться з генеральної сукупності, розбитої на рівні інтервали (групи).

Зазвичай на практиці застосовують механічний відбір одиниць вибіркової сукупності.

Приклад: з 3000 робітників потрібно відібрати 100. Складають список і визначають інтервал вибірки: $3000:100 = 30$. Будемо вибирати за списком кожного 30-го робітника: 30, 60, 90, ..., тощо. Списки складають або в алфавітному порядку, або за іншими ознаками.

Механічний відбір завжди буває безповторним.

Середня і гранична помилки вибірки та обсяг необхідної вибірки при механічному відборі визначається за формулами власне-випадкової вибірки.

Типова вибірка. Ця вибірка застосовується в тих випадках, коли одиниці генеральної сукупності об'єднані в кілька великих типових груп. Відбір одиниць у вибірку проводиться всередині цих груп пропорційно їх обсягу на основі використання власне-випадкової або механічної вибірки (при наявності необхідної інформації відбір також може здійснюватись пропорційно варіації досліджуваної ознаки в групах). Тобто типова вибірка рівносильна ряду випадкових вибірок з менших сукупностей – типових груп.

При типовій вибірці обсяг одиниць сукупності, які обирають з кожної типової групи, може визначитися:

– пропорційно обсягу типових груп (чим більший обсяг типової групи, тим більше витягується одиниць сукупності);

– пропорційно коливанню досліджуваної ознаки в типових групах. Чим більше коливання ознаки в групі, тим більше слід відібрати одиниць, щоб досить точно відтворити характер цієї групи;

– пропорційно чисельності і коливанню ознаки в групах. Це найбільш складний вид відбору. Співвідношення між чисельністю і коливанням ознаки в групах встановлюють, виходячи з конкретних умов.

Відбір одиниць сукупності пропорційно обсягу типових груп є найбільш простим.

Середня помилка типової вибірки визначається за формулами:

– повторний відбір:

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n}}; \quad (7.10)$$

– безповторний відбір:

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \quad (7.11)$$

де $\bar{\sigma}^2$ – середня з внутрішньогрупових дисперсій.

Приклад. Припустимо, 10% безповторний типовий відбір безробітного населення, пропорційний розмірам районів, проведений з метою оцінки тривалості періоду пошуку роботи, привів до наступних результатів (табл. 7.6).

Таблиця 7.6 – Результати обстеження безробітного населення області

Район	Всього зареєстровано безробітних, осіб	Обстежено, осіб	Число тижнів пошуку роботи	
			середнє	дисперсія
А	5000	500	7	36
Б	8200	820	15	64
В	2100	210	5	9

Розрахуємо середню з внутрішньогрупових дисперсій:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} \quad (7.12)$$

$$\overline{\sigma^2} = \frac{36 \cdot 500 + 64 \cdot 820 + 9 \cdot 210}{500 + 820 + 210} = 47$$

Визначимо середню і граничну помилки вибірки (з ймовірністю 0,954):

$$\mu = \sqrt{\frac{47}{1530} \cdot \left(1 - \frac{1530}{15300}\right)} = 0,17$$

$$\Delta_{\tilde{x}} = 2 \cdot 0,17 = 0,34$$

Розрахуємо вибірккову середню:

$$\overline{x} = \frac{7 \cdot 500 + 15 \cdot 820 + 5 \cdot 210}{500 + 820 + 210} = 11,0 \text{ тижнів}$$

В результаті проведених розрахунків з ймовірністю 0,954 можна зробити висновок, що середнє число тижнів, що витрачаються на пошук роботи, в цілому за областю знаходиться в межах:

$$11,0 - 0,34 < x < 11,0 + 0,34.$$

Необхідний обсяг типової вибірки визначається за формулою:

– повторний відбір:

$$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\sigma^2}}{\Delta_x^2}; \quad (7.13)$$

– безповторний відбір:

$$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\sigma^2} \cdot N}{t^2 \cdot \overline{\sigma^2} + \Delta_x^2 \cdot N}. \quad (7.14)$$

Отримане значення загального обсягу вибірки необхідно розподілити за типовими групами пропорційно їх чисельності, щоб визначити, яку кількість одиниць слід відібрати з кожної групи:

$$n_i = n \cdot \frac{N_i}{N}, \quad (7.15)$$

де N_i – обсяг i -тої групи;
 n_i – обсяг вибірки з i -тої групи.

Припустимо, в розглянутому вище прикладі необхідно визначити середнє число тижнів, що витрачаються на пошук роботи, з граничною помилкою ± 1 тиждень. З огляду на величину отриманої раніше середньої з внутрішньогрупових дисперсій, обчислимо необхідний обсяг типової вибірки за умови неповторного відбору:

$$n = \frac{2^2 \cdot 47 \cdot 15300}{2^2 \cdot 47 + 1^2 \cdot 15300} = 185,7 \approx 186 \text{ (осіб)}$$

Таким чином, ми визначили, що при заданих умовах для досягнення необхідної точності досить обстежити вибіркоким методом всього 186 чоловік. Розподілимо цю чисельність на три райони даної області пропорційно їх розмірам за кількістю зареєстрованих безробітних:

$$n_A = 186 \cdot \frac{5000}{15300} = 60,8 \approx 61 \text{ (осіб)}$$

$$n_B = 186 \cdot \frac{8200}{15300} = 99,7 \approx 100 \text{ (осіб)}$$

$$n_B = 186 \cdot \frac{2100}{15300} = 25,5 \approx 25 \text{ (осіб)}$$

Розрахунки показують, що в районі А необхідно обстежити 61 особу, в районі Б – 100 і в районі В – 25 осіб.

Серійна вибірка. Ця вибірка використовується в тих випадках, коли одиниці досліджуваної сукупності об'єднані в невеликі рівновеликі групи або серії. Одиницею відбору в цьому випадку є серія. Серії відбираються з використанням власне-

випадкової або механічної вибірки, а всередині відібраних серій обстежуються всі без винятку одиниці.

В основі розрахунку середньої помилки серійної вибірки лежить міжгрупова дисперсія:

– при повторному відборі:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}}; \quad (7.16)$$

– при безповторному відборі:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)}, \quad (7.17)$$

де r – число відібраних серій;

R – загальне число серій.

Міжгрупова дисперсія при рівновеликих групах обчислюється таким чином:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{r} \quad (7.18)$$

де x_i – середня i -тої серії;

\tilde{x} – загальна середня за всією вибірковою сукупністю.

Приклад. З метою контролю якості комплектуючих з партії виробів, упакованих в 50 ящиків по 20 виробів в кожному, була проведена 10% серійна вибірка. За ящиками, які потрапили у вибірку, середнє відхилення параметрів виробів від норми відповідно склало 9 мм, 11, 12, 8 і 14 мм. З ймовірністю 0,954 визначте середнє відхилення параметрів за всією партією в цілому.

Рішення. Вибіркова середня:

$$\tilde{x} = \frac{9 + 11 + 12 + 8 + 14}{5} = 10,8 \text{ мм}$$

Величина групової дисперсії:

$$\delta^2 = \frac{(9-10,8)^2 + (11-10,8)^2 + (12-10,8)^2 + (8-10,8)^2 + (14-10,8)^2}{5} = 4,56$$

З урахуванням встановленої ймовірності $P = 0,954$ ($t = 2$) гранична помилка вибірки складе:

$$\Delta_{\tilde{x}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{4,56}{5} \cdot \left(1 - \frac{5}{50}\right)} = 1,8 \text{ мм}$$

Проведені розрахунки дозволяють зробити висновок, що середнє відхилення параметрів всіх виробів від норми перебуває в наступних межах:

$$(10,8 - 1,8) \text{ мм} \leq \tilde{x} \leq (10,8 + 1,8) \text{ мм}$$

Для визначення необхідного обсягу серійної вибірки при заданій граничній помилці використовуються наступні формули:

– повторний відбір:

$$n = \frac{t^2 \cdot \delta^2}{\Delta_x^2} \quad (7.19)$$

– безповторний відбір:

$$n = \frac{t^2 \cdot \delta^2 \cdot R}{t^2 \cdot \delta^2 + \Delta_x^2 \cdot R} \quad (7.20)$$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Статистична величина, яка визначає, з певним ступенем імовірності, максимальне значення, на яке результати вибірки відрізняються від результатів генеральної сукупності – це:

- а) гранична помилка вибірки;
- б) середня помилка вибірки;
- в) вибіркова частка;
- г) генеральна частка.

2. Вибіркове спостереження застосовують, коли:

- а) суцільне спостереження неможливо здійснити;
- б) виникає потреба перевірити правильність обраної методології збирання та обробки інформації;
- в) суцільне спостереження є недоцільним з економічної точки зору;
- г) всі відповіді вірні.

3. Вид вибірки, при якій вибіркова сукупність утворюється на основі випадкового відбору:

- а) власне-випадкова (проста випадкова) вибірка;
- б) механічна (систематична) вибірка;
- в) типова (стратифікована, розшарована) вибірка;
- г) серійна (гніздова) вибірка.

4. Вид вибірки, при якій відбір одиниць у вибіркову сукупність проводиться з генеральної сукупності, розбитої на рівні інтервали (групи):

- а) власне-випадкова (проста випадкова) вибірка;
- б) механічна (систематична) вибірка;
- в) типова (стратифікована, розшарована) вибірка;
- г) серійна (гніздова) вибірка.

5. Вибірка, яка застосовується в тих випадках, коли одиниці генеральної сукупності об'єднані в кілька великих типових груп:

- а) власне-випадкова (проста випадкова) вибірка;
- б) механічна (систематична) вибірка;
- в) типова (стратифікована, розшарована) вибірка;
- г) серійна (гніздова) вибірка.

6. Вибірка, яка використовується в тих випадках, коли одиниці досліджуваної сукупності об'єднані в невеликі рівновеликі групи або серії:

- а) власне-випадкова (проста випадкова) вибірка;
- б) механічна (систематична) вибірка;
- в) типова (стратифікована, розшарована) вибірка;
- г) серійна (гніздова) вибірка.

7. До помилок вибірки належать:

- а) випадкові помилки репрезентативності;
- б) помилки реєстрації;
- в) систематичні помилки репрезентативності;
- г) всі відповіді вірні.

8. Величина помилки вибірки залежить від:

- а) чисельності вибіркової сукупності;
- б) ступеня коливання ознаки в сукупності;
- в) способу формування вибірки;
- г) характеру досліджуваного явища.

9. При типовій вибірці обсяг одиниць сукупності, які обирають з кожної типової групи, може визначитися:

- а) пропорційно обсягу типових груп;
- б) пропорційно коливанню досліджуваної ознаки в типових групах;
- в) пропорційно чисельності і коливанню ознаки в групах;
- г) всі відповіді вірні.

10. Для того, щоб зменшити похибку вибірки в 2 рази, число спостережень слід:

- а) збільшити в 4 рази;
- б) збільшити в 2 рази;
- в) зменшити в 2 рази;
- г) зменшити в 4 рази.

11. Обстежено 200 одиниць продукції, з яких 150 відповідають вимогам, а 50 – не відповідають. Середня вага одиниці продукції у вибірці – 500 г, дисперсія ваги – 104. Якою є гранична помилка середньої ваги при ймовірності 0,954?

- а) 1,44;
- б) 1,60;
- в) 2,50;
- г) 1,80.

12. Обстежено 200 одиниць продукції, з яких 150 відповідають вимогам, а 50 – не відповідають. Середня вага одиниці продукції у вибірці – 500 г, дисперсія ваги – 104. Якою є гранична помилка частки при ймовірності 0,954?

- а) 0,03;
- б) 0,06;
- в) 0,04;
- г) 0,08.

13. З 1000 одиниць продукції обстежено 100 одиниць, з яких відповідають вимогам 50 одиниць. Середня вага у вибірці – 500 г, дисперсія ваги – 50. Гранична помилка середньої ваги при ймовірності 0,997 складе:

- а) 2,01;
- б) 3,60;
- в) 5,04;
- г) 4,08.

14. Якщо при формуванні вибірки з 1000 працівників обирають кожного 10-го працівника: 10, 20, 30, ..., тощо, то така вибірка є:

- а) власне-випадковою вибіркою;
- б) механічною вибіркою;
- в) типовою вибіркою;
- г) серійною вибіркою.

15. Скільки учнів перших класів шкіл району необхідно відібрати в порядку власне-випадкової безповторної вибірки, щоб з ймовірністю 0,997 визначити межі середнього зросту першокласників з граничною помилкою 2 см? Відомо, що всього в перших класах шкіл району навчається 1500 учнів, а дисперсія зростання за результатами аналогічного обстеження в іншому районі склала 24:

- а) 52;
- б) 50;
- в) 51;
- г) 53.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В чому полягають основні переваги вибіркового спостереження?
2. Які види помилок виникають при вибіркового спостереженні?
3. Від чого залежить величина помилки вибіркового спостереження?
4. Як визначається гранична помилка вибірки?
5. Які види вибірок існують? Поясніть основні відмінності між ними?
6. В чому різниця між повторним та неповторним вибором?

ТЕМА 8. ІНДЕКСИ

- 8.1. Поняття індексу. Основні елементи індексу.
- 8.2. Класифікація індексів.
- 8.3. Взаємозв'язок між індексами.

8.1. Поняття індексу. Основні елементи індексу

Індекс (*index*) латинського походження і перекладає ться як показчик, показник. В статистиці **індекс** – це показник відносної зміни даного рівня досліджуваного явища в порівнянні з іншим його рівнем, прийнятим за базу порівняння. Інденси є інструментом дослідження в тих випадках, коли необхідно порівняти в часі або просторі дві сукупності, елементи яких безпосередньо підсумувати не можна. *Наприклад*, необхідно оцінити зростання заробітної плати працівників підприємства в поточному періоді в порівнянні з базисним. Така сукупність є однорідною, і тому правомірно підсумувати заробітну плату працівників в кожному періоді, розрахувати середні значення і порівняти їх, поділивши одну середню на іншу. *Розглянемо інший приклад*: необхідно оцінити зростання роздрібних цін. Тут неправомірно підсумовувати ціни на різнорідні товари, які можуть вимірюватися в різних одиницях, а також розраховувати будь-які середні показники. У подібних випадках застосовуються інденси.

Індексний метод спрямований на вирішення наступних **завдань**:

- характеристика загальної зміни рівня складного соціально-економічного явища;
- аналіз впливу кожного з факторів на зміну величини, що індексується, шляхом виключення впливу інших факторів;
- аналіз впливу структурних зрушень на зміну величини, що індексується.

Для визначення індексу треба зробити зіставлення не менше двох величин. При вивченні динаміки соціально-економічних явищ порівнювана величина (чисельник індексного відношення) приймається за поточний (чи звітний) період, а величина, з якою проводиться порівняння, – за базисний (плановий) період.

Результат розрахунку індексу може виражатися в коефіцієнтах або відсотках (наприклад, індекс цін дорівнює 1,1 або 110 %, означає, що ціни зросли на 10 %).

Основними елементами індексу є:

1) *Власне індекс*: індивідуальний (прийнято позначати i) або складний (I);

2) *Совимірювач* (в якості совимірювача можуть виступати ознаки, які мають об'ємний (кількісний) або якісний зміст);

3) *Ваги* (в якості ваг також можуть виступати кількісні (об'ємні) і якісні показники);

4) *Індексована величина* – це значення ознаки статистичної сукупності, зміна якої є об'єктом вивчення. Наприклад, при вивченні зміни цін індексованою величиною є ціна одиниці товару p , при вивченні зміни фізичного обсягу товарної маси в якості індексованої величини виступають дані про кількість товарів в натуральному вимірі q .

Основними елементами індивідуального індексу є:

1) *власне індекс*:

– індивідуальний індекс фізичного обсягу продукції:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad (8.1)$$

– індивідуальний індекс цін:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad (8.2)$$

2) *індексована величина* (для 1-го індексу – кількість товару в натуральному вимірі q , для 2-го індексу – ціна одиниці товару p). Знак внизу праворуч означає період: 0 – базисний, 1 – звітний.

Наприклад, якщо ціна товару А в поточному періоді становила 300 грн., а в базисному – 250 грн., то індивідуальний індекс ціни дорівнюватиме:

$$i_p = \frac{300}{250} = 1,2 \text{ або } 120 \%$$

Аналогічно, якщо обсяг виробленої продукції в поточному періоді становив 75 тис. од., а в базисному – 150 тис. од., то індивідуальний індекс обсягу продукції дорівнюватиме:

$$i_q = \frac{75}{150} = 0,5 \text{ або } 50 \%$$

У тих випадках, коли досліджуються не поодинокі об'єкти, а ті, що складаються з декількох елементів сукупності, використовуються зведені індекси. Вихідною формою зведеного індексу є **агрегатна**.

При побудові складних індексів, що відображають вплив об'ємного (кількісного) показника на зміну складного суспільного явища, основними елементами індексу є:

1) *власне індекс*:

– індекс фізичного обсягу продукції (в агрегатній формі):

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}; \quad (8.3)$$

2) *індексовані величини* q_1 і q_0 ;

3) *совимірювач* – в якості совимірювача виступають незмінні ціни базисного періоду p_0 .

При побудові складного індексу, що відображає вплив якісного показника на зміну складного суспільного явища, основними елементами індексу є:

1) *власне індекс*:

– індекс цін (в агрегатній формі):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad (8.4)$$

2) *індексовані величини* p_1 і p_0 ;

3) *ваги* – в якості яких виступають дані про обсяги продукції в поточному (звітному) періоді q_1 .

Наведемо приклад розрахунку та економічної інтерпретації агрегатних індексів (табл. 8.1):

Загальний агрегатний індекс ціни:

$$I_p = \frac{37200}{28000} = 1,33 \text{ або } 133 \%$$

Таблиця 8.1 – Розрахунок агрегатних індексів

Товар	Ціна, грн.		Кількість, шт.		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_1
	I квартал (p_0)	II квартал (p_1)	I квартал (q_0)	II квартал (q_1)			
А	170	210	70	80	11900	13600	16800
Б	190	280	90	60	17100	11400	16800
В	150	180	40	20	6000	3000	3600
–	–	–	–	–	35000	28000	37200

Загальний агрегатний індекс фізичного обсягу:

$$I_p = \frac{28000}{35000} = 0,80 \text{ або } 80 \%$$

Отже, за трьома товарами ціни в середньому зросли на 33 %, кількість проданих одиниць (фізичний обсяг) зменшився в середньому на 20 %.

8.2. Класифікація індексів

У статистиці індекси класифікуються за рядом ознак:

- 1) ступенем охоплення явища;
- 2) базою порівняння;
- 3) формою побудови;
- 4) складом явища;
- 5) змістом індексованих величин.

1. За ступенем охоплення явища індекси поділяються на:

1. *індивідуальні* – вони характеризують зміну окремих одиниць досліджуваної сукупності (i_q, i_p);

2. *зведені* – це складні індекси і вони можуть бути:

а) загальними – виражають узагальнюючі результати спільної зміни всіх одиниць, які утворюють сукупність;

б) груповими (субіндекси) – охоплюють тільки частину (групу) одиниць у досліджуваній сукупності.

Прикладом складного індексу може бути індекс вартості продукції, який характеризує зміну вартості продукції в звітному періоді в порівнянні з базисним за рахунок зміни q і p :

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}. \quad (8.5)$$

На основі даних табл. 8.1 індекс вартості продукції дорівнює:

$$I_{qp} = \frac{37200}{35000} = 1,06 \text{ або } 106 \%$$

2. За базою порівняння розрізняють:

1) *Динамічні індекси* – використовуються для характеристики темпів змін суспільних явищ в динаміці. Ці індекси, в свою чергу, поділяються на базисні і ланцюгові.

Базисними називають індекси, при обчисленні яких дані всіх періодів порівнюються з одним періодом, взятим за базу, зазвичай з початковим періодом.

Ланцюговими називають індекси, при обчисленні яких дані кожного періоду порівнюються з даними попередніх періодів. У ланцюгових індексах база змінна.

Базисні і ланцюгові індекси можуть бути індивідуальними і загальними. Індивідуальні базисні і ланцюгові індекси являють собою різновид базисних і ланцюгових відносних величин динаміки – і способи їх розрахунку тому є тотожними. Обчислення загальних (базисних і ланцюгових індексів) має свої особливості. Розрізняють загальні (базові і ланцюгові) індекси з постійними і змінними вагами. При обчисленні індексів з постійними вагами в якості ваг для всього ряду приймаються совимірювач будь-якого періоду (наприклад, загальні базові індекси фізичного обсягу продукції з постійними вагами (в цінах 2018 року – p_0):

$$I_q^{19/18} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad I_q^{20/18} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Загальні ланцюгові індекси фізичного обсягу продукції з постійними вагами (в цінах 2018 року – p_0):

$$I_q^{19/18} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad I_q^{20/19} = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}.$$

При обчисленні індексів зі змінними вагами в якості ваг кожного разу приймаються совимірювачі іншого періоду (наприклад, загальні ланцюгові індекси цін зі змінними вагами):

$$I_p^{19/18} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad I_p^{20/19} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}.$$

2) **Індекси виконання планових завдань.** При їх побудові необхідно врахувати планове завдання і фактичне його виконання. Так, для визначення рівня виконання планового завдання реалізації товарів зіставляються сума фактичного продажу товарної маси в звітному періоді $\sum q_1 p_1$ і величина планового завдання продажу товарів в тих же цінах звітного періоду $\sum q_{пл} p_1$:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_{пл} p_1}. \quad (8.6)$$

3) **Територіальні індекси.** У статистичному аналізі часто виникає потреба в зіставленні рівнів складних соціально-економічних явищ у просторі: за підприємствами, районами, містами, областями, регіонами, країнами, тобто в обчисленні *територіальних індексів*. Узагальнюючі показники, які характеризують співвідношення рівнів складних соціально-економічних явищ у просторі, тобто в розрізі територій і об'єктів, називають **територіальними індексами**.

Загальні принципи побудови індексів при територіальних порівняннях багато в чому подібні вивченню складних статистичних сукупностей у часі.

Разом з тим побудова територіальних індексів має свою специфіку і певні труднощі порівняно з динамічними індексами. Якщо, наприклад, потрібно порівняти між собою два райони (район А і район В), щоб визначити в якому з них вищий рівень цін на ринках, то відразу ж виникає дві проблеми: що взяти за базу порівняння і ваги-совимірювачі індексу.

Вибір бази порівняння залежить від цілей і завдань дослідження. При порівнянні двох сукупностей будь-яка з них може бути взята за базу порівняння. В разі, якщо один з районів є передовим (низька собівартість, висока продуктивність праці і рентабельність виробництва тощо), порівняння з ним може мати рацію. В решті

випадків для одержання об'єктивних висновків щодо міри відмінностей територіальні індекси мають бути обчислені як з вагами сукупності, взятою за базу порівняння, так і з вагами порівнюваної сукупності.

При динамічних порівняннях за ваги в агрегатному індексі цін беруть кількість виробленої продукції у звітному періоді. Але при територіальних порівняннях поняття «звітний період» і «базисний період» мають умовне значення. Якщо порівнювати район А з районом В, то базою буде рівень цін в районі В, а за ваги треба брати кількість продукції в районі А.

У цьому випадку індекс цін матиме вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A}. \quad (8.7)$$

Проте зовсім не обов'язково порівнювати район А з районом В. На тій самій підставі можна порівнювати район В з районом А. При такому зіставленні базою буде рівень цін району А, а вагою «звітного періоду» – кількість продукції району В. Отже, індекс цін повинен мати такий вигляд:

$$I_p = \frac{\sum p_B q_B}{\sum p_A q_B}. \quad (8.8)$$

Наприклад, за даними табл. 8.2 потрібно визначити, в якому з двох населених пунктів і наскільки вищим є рівень цін на ринках.

Таблиця 8.2 – Ціни і кількість продукції, проданої на ринках двох населених пунктів

Продукція	Пункт А		Пункт В	
	продано, т	ціна 1 кг, грн.	продано, т	ціна 1 кг, грн.
	q_A	p_A	q_B	p_B
Помідори	250	28	300	23
Картопля	60	21	50	17

Якщо в індексі цін фіксувати ваги того пункту, який порівнюється з іншим, то можна побудувати і обчислити два індекси:

$$I_p = \frac{28 \cdot 250 + 21 \cdot 60}{23 \cdot 250 + 17 \cdot 60} = 1,22 \text{ або } 122 \%$$

Тобто стосовно складу продукції, проданої в пункті А, рівень цін в пункті А порівняно з пунктом В є вищим на 22 %.

Однак, порівнюючи ціни пункту В з цінами пункту А, дістанемо:

$$I_p = \frac{23 \cdot 300 + 17 \cdot 50}{28 \cdot 300 + 21 \cdot 50} = 0,82 \text{ або } 82 \%$$

Тобто стосовно складу продукції, проданої в пункті В, ціни в цьому пункті нижчі, чим в пункті А на 18%.

Таким чином, в кожному пункті рівень цін виявляється різним, якщо відношення рівнів цін вимірювати стосовно кола продукції порівнюваного пункту.

Такі відмінності в територіальних індексах виникають внаслідок того, що порівнювані сукупності відрізняються за структурою виробництва, посівів, стада, складу працівників тощо. В цих випадках для одержання об'єктивних висновків і однозначної відповіді потрібно здійснити вирівнювання сукупностей за структурою. В теорії і практиці статистики пропонуються різні способи розв'язання цієї проблеми, в тому числі *спосіб стандартних ваг*. Цей спосіб полягає в тому, що значення індексованої величини зважується не за вагами будь-якого територіального підрозділу, а за вагами області, економічного району, країни, в яких знаходяться порівнювані райони.

В нашому прикладі за ваги можна використати кількість проданої продукції в населених пунктах А і В в цілому ($q = q_A + q_B$):

$$I_q = \frac{\sum p_A q}{\sum p_B q} \quad (8.9)$$

Тоді, який би район не був взятий за базу порівняння, результати не будуть заперечувати один одному. Так, в нашому прикладі дістанемо:

$$I_q = \frac{28 \cdot (250 + 300) + 21 \cdot (60 + 50)}{23 \cdot (250 + 300) + 17 \cdot (60 + 50)} = 1,22 \text{ або } 122 \%$$

Отже, стосовно кола продукції, проданої в обох пунктах в цілому, рівень цін в пункті А на 22 % вищий, ніж в пункті В.

3. За формою побудови загальні індекси поділяють на:

- 1) *агрегатні індекси*;
- 2) *середні індекси*.

Основною формою загальних індексів є агрегатні індекси. Агрегатним він називається тому, що чисельник і знаменник його представляють набір різнорідних елементів. Агрегатний індекс розраховується як відношення суми добутку індексованих величин порівнюваних періодів на ваги (величини, за допомогою яких підсумовуються різнорідні елементи).

До агрегатних індексів відносяться індекс фізичного обсягу продукції:

а) індекс фізичного обсягу продукції в порівнянних (базисних цінах):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (8.10)$$

При різниці чисельника і знаменника індексу отримуємо абсолютний приріст суми товарообігу в поточному періоді в порівнянні з базисним періодом в порівнянних (базисних) цінах за рахунок зміни фізичного обсягу реалізованої продукції:

$$\Sigma \Delta_{qp(Q)} = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0; \quad (8.11)$$

б) індекс фізичного обсягу продукції в цінах поточного періоду

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}. \quad (8.12)$$

При різниці чисельника і знаменника індексу отримуємо абсолютний приріст фактичного товарообігу в поточному періоді в порівнянні з розрахунковим при продажу кількості товарів базисного періоду за цінами поточного періоду:

$$\Sigma \Delta_{qp(Q)} = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1; \quad (8.13)$$

– **індекс цін:**

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (8.14)$$

Показник абсолютного приросту товарообігу за рахунок фактора зміни цін у поточному періоді в порівнянні з базисним періодом визначається як різниця між чисельником і знаменником індексу: $\sum \Delta_{qp(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$, Тобто зміна цін на даний асортимент товарів у середньому зумовила зміну (збільшення / зменшення) обсягу товарообігу в поточному періоді;

– **індекс вартості продукції:**

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}. \quad (8.15)$$

Абсолютний приріст суми товарообігу за рахунок сукупної дії факторів кількості (q) і цін (p) визначається за формулою:

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0; \quad (8.16)$$

$$\sum \Delta_{qp}(qp) = \sum \Delta_{qp}(q) + \sum \Delta_{qp}(p). \quad (8.17)$$

Таким чином, для обчислення агрегатного індексу необхідні два види показників: індексовані величини та ваги. Але практично ці показники є не завжди. У таких випадках агрегатні індекси перетворюються в середні індекси: середній арифметичний або середній гармонійний.

Перетворимо агрегатний індекс фізичного обсягу продукції у **середньоарифметичний**. Як відомо, формула індексу фізичного обсягу продукції має вигляд (8.6):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Для перетворення використовуємо індивідуальний індекс індексованої величини $i_q = \frac{q_1}{q_0}$, звідси $q_1 = i_q q_0$. Замінивши у формулі агрегатного індексу фізичного обсягу продукції q_1 на $i_q q_0$, отримаємо формулу середньоарифметичного індексу фізичного обсягу:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (8.18)$$

Для перетворення агрегатного індексу цін у **середній гармонійний** використовуємо індивідуальний індекс індексованої величини $i_p = \frac{p_1}{p_0}$, звідси $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$.

Замінивши у формулі агрегатного індексу цін $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} p_0$ рівною їй величиною $\frac{p_1}{i_p}$, отримаємо формулу середнього гармонійного індексу цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \quad (8.19)$$

4. За складом явища індекси бувають:

- *постійного (фіксованого) складу;*
- *змінного складу.*

Часто за допомогою індексів вивчають динаміку середніх показників. Зміна середньої величини від того чи іншого показника залежить: а) від зміни значення кожної окремої одиниці досліджуваного явища; б) від зміни структури явища (наприклад, середня ціна продажу товару залежить від рівня цін на товар і його питомої ваги в обсязі продажів; середнє зростання врожайності зернових культур залежить від підвищення врожайності кожної окремої культури і від збільшення її питомої ваги в загальній площі більш врожайних культур).

Індекс, що характеризує спільний вплив зазначених факторів (в якому змінюються обидві ці величини), називається індексом змінного складу:

$$I_{\text{зм.с.}} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \quad (8.20)$$

де \bar{x}_0 – усереднена ознака;

f – вага (частка) досліджуваної ознаки.

Наприклад, індекс середніх цін:

$$I_{\bar{p}}^{qp} = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}. \quad (8.21)$$

Індекс, що характеризує вплив тільки індексованої величини (в якому змінюється тільки ця величина), називається індексом постійного складу:

$$I_{\text{пост.с.}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \quad (8.22)$$

Наприклад, індекс середніх цін постійного складу:

$$I_{\bar{p}}^p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \quad (8.23)$$

Щоб вивчити вплив зміни структури на зміну середньої величини, обчислюють індекс структурних зрушень:

$$I_{\text{стр}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum d_1} : \frac{\sum x_0 d_0}{\sum d_0}, \quad (8.24)$$

де d – частка (питома вага) продукції в загальному обсязі.

Наприклад, індекс впливу структурних зрушень в реалізованій продукції на зміну середньої ціни:

$$I_{\bar{p}}^q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 d_1}{\sum d_1} : \frac{\sum p_0 d_0}{\sum d_0}. \quad (8.25)$$

5. За змістом індексованих величин розрізняють:

- індекси кількісних (екстенсивних) показників;
- індекси якісних (інтенсивних) показників.

До кількісних показників відносяться: індекси фізичного обсягу продукції; індекси обсягу споживання; обсягу національного доходу тощо. До якісних відносяться: індекси цін; індекси собівартості продукції; трудомісткості; продуктивності праці тощо.

8.3. Взаємозв'язок між індексами

Взаємозв'язок між індексами може виглядати як:

1) добуток загальних ланцюгових індексів, який дає базисний індекс останнього періоду. Нехай ми маємо 3 періоди 2017, 2018, 2019:

$$I_q^{17/18} \cdot I_q^{19/18} = I_q^{19/17}. \quad (8.26)$$

Цей взаємозв'язок має місце лише в ланцюгових індексах фізичного обсягу (індексах з постійними вагами). В індексах цін, так само і в інших індексах зі змінними вагами, такого взаємозв'язку немає.

2) відношення подальшого базисного індексу до попереднього дорівнює ланцюговому індексу наступного періоду:

$$I_q^{19/17} \div I_q^{18/17} = I_q^{19/18}. \quad (8.27)$$

3) індекс вартості продукції у фактичних цінах (I_{qp}), який дорівнює добутку індексу фізичного обсягу (I_q) на індекс цін (I_p):

$$I_q \cdot I_p = I_{qp}. \quad (8.28)$$

4) індекс зміни середньої величини ($I_{\text{пер}}$), який дорівнює добутку індексу в незмінній структурі ($I_{\text{пост}}$) на індекс, що відображає вплив зміни структури явища на динаміку середньої величини ($I_{\text{стр}}$):

$$I_{\text{стр}} \cdot I_{\text{пост}} = I_{\text{пер}} \text{ або } I_{\text{стр}} = I_{\text{п}}^p \cdot I_{\text{п}}^q. \quad (8.29)$$

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Статистичними індексами називають:

а) абсолютні величини, що характеризують розміри суспільних явищ;

б) відносні показники, що характеризують співвідношення явищ у часі, просторі чи порівняно з планом;

в) відносні величини структури, що характеризують співвідношення частини сукупності до всієї сукупності;

г) відносні показники, що характеризують співвідношення складових частин сукупності між собою.

2. Базисний індекс дорівнює:

- а) співвідношенню ланцюгових індексів;
- б) добутку ланцюгових індексів;
- в) сумі ланцюгових індексів;
- г) різниці ланцюгових індексів.

3. Індивідуальні індекси характеризують:

- а) співвідношення частини сукупності до всієї сукупності;
- б) співвідношення окремих елементів сукупності між собою;
- в) розміри окремих елементів суспільних явищ;
- г) зміну одного елемента сукупності або всієї однорідної сукупності.

4. Загальні індекси характеризують:

- а) розміри суспільних явищ;
- б) співвідношення частини сукупності до всієї сукупності;
- в) співвідношення складових частин сукупності між собою;
- г) співвідношення складних суспільних явищ, що складаються з окремих несумірних елементів.

5. За допомогою індексу змінного складу оцінюється:

- а) ступінь впливу зміни кількісного показника на загальну зміну складного об'ємного економічного явища;
- б) вплив на зміну середнього рівня двох факторів – індексованої величини і структури досліджуваної сукупності;
- в) вплив структурних зрушень на зміну середніх рівнів;
- г) вплив індексованої величини на зміну складного явища.

6. За допомогою індексу постійного складу оцінюється:

- а) вплив на зміну середнього рівня двох факторів – індексованої величини і структури досліджуваної сукупності;
- б) вплив індексованої величини на зміну складного явища;
- в) вплив структурних зрушень на зміну середніх рівнів;
- г) ступінь впливу зміни кількісного показника на загальну зміну складного об'ємного економічного явища.

7. *За допомогою індексу структурних зрушень оцінюється:*

- а) вплив індексованої величини на зміну складного явища;
- б) вплив структурних зрушень на зміну середніх рівнів;
- в) вплив на зміну середнього рівня двох факторів – індексованої величини і структури досліджуваної сукупності;
- г) ступінь впливу зміни кількісного показника на загальну зміну складного об'ємного економічного явища.

8. *Залежно від методології обчислення загальні індекси поділяють на:*

- а) агрегатні і середні індекси;
- б) динамічні і територіальні індекси;
- в) індекси об'ємних та якісних показників;
- г) індекси фіксованого та змінного складу.

9. *Індекси використовуються в аналізі для вивчення:*

- а) динаміки суспільних явищ;
- б) рівня виконання плану;
- в) ролі факторів, які впливають на зміну явищ, що вивчаються;
- г) співвідношення явищ у просторі.

10. *За мірою охоплення явищ чи процесів розрізняють:*

- а) індекси об'ємних та якісних показників;
- б) динамічні і територіальні індекси;
- в) індивідуальні та загальні індекси;
- г) базисні та ланцюгові індекси.

11. *Якщо у звітному періоді порівняно з базисним ціни на продукцію знизились на 5%, а вартість виготовленої продукції зросла на 10%, то фізичний обсяг продукції у звітному періоді порівняно з базисним:*

- а) збільшився на 15,8%;
- б) збільшився на 4,5%;
- в) зменшився на 13,4%;
- г) не змінився.

12. *Якщо у звітному періоді порівняно з базисним фізичний обсяг продукції збільшився на 25%, а собівартість зменшилась на*

10%, то загальні витрати на виробництво продукції у звітному періоді порівняно з базисним:

- а) зменшилися на 28%;
- б) збільшилися на 12,5%;
- в) збільшилися на 38,9%;
- г) не змінилися.

13. Якщо товарообіг магазину за звітний період збільшився на 5%, а ціни в середньому зменшились на 7%, то фізичний обсяг товарообігу:

- а) зменшився на 2,4 %;
- б) збільшився на 12,9%;
- в) зменшився на 1,9%;
- г) зменшився на 11,4%.

14. Якщо ціна товару А в поточному періоді становила 250 грн., а в базисному – 150 грн., то індивідуальний індекс ціни дорівнюватиме:

- а) 0,60;
- б) 1,66;
- в) 3,75;
- г) 2,50.

15. Якщо обсяг виробленої продукції в поточному періоді становив 95 тис. од., а в базисному – 150 тис. од., то індивідуальний індекс обсягу продукції дорівнюватиме:

- а) 0,63;
- б) 1,58;
- в) 1,43;
- г) 2,50.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке індекси, для чого вони застосовуються і які задачі розв'язуються за допомогою індексів?
2. Назвіть правила побудови індивідуальних і агрегатних індексів.
3. Як агрегатний індекс перетворюється в середній арифметичний індекс?

ТЕМА 9. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

- 9.1. Типи зв'язків між явищами та їх характеристика.
- 9.2. Метод порівняння паралельних рядів.
- 9.3. Метод аналітичного групування.
- 9.4. Парний кореляційно-регресійний аналіз.

9.1. Типи зв'язків між явищами та їх характеристика

Дослідження об'єктивно існуючих зв'язків між явищами – найважливіше завдання статистики. У процесі статистичного дослідження залежностей виявляються причинно-наслідкові зв'язки між явищами. Причинно-наслідкові зв'язки – це такий зв'язок явищ і процесів, коли зміна одного з них (*причини*) веде до зміни іншого (*наслідку*).

Ознаки явищ і процесів за їх значенням для вивчення взаємозв'язку поділяються на два класи. Ознаки, що зумовлюють зміни інших, пов'язаних з ними ознак, називають **факторними**, або просто факторами. Ознаки, що змінюються під дією факторних ознак, називають **результативними**. Наприклад, кількість працівників – це факторна ознака, а обсяг виробленої продукції – результативна ознака.

У статистиці розрізняють **функціональні (детерміновані)** та **стохастичні (ймовірнісні)** зв'язки між явищами і процесами. **Функціональним** називають такий зв'язок, при якому певному значенню факторної ознаки відповідає одне строго визначене значення результативної ознаки. Такий зв'язок можливий за умови, що на поведінку однієї ознаки (результативної) впливає тільки друга ознака (факторна) і ніякі інші, тобто значення результативної ознаки на 100% залежить від факторної. Такі зв'язки є абстракціями, в реальному житті вони зустрічаються рідко, але знаходять широке застосування в точних науках і, в першу чергу, в математиці. Наприклад, залежність площі кола від радіуса: $S = \pi \cdot r^2$.

Функціональний зв'язок проявляється у всіх випадках спостереження і для кожної конкретної одиниці досліджуваної сукупності. У масових явищах проявляються **статистичні зв'язки**, при яких строго певному значенню факторної ознаки ставиться у

відповідність безліч значень результативної. Такі зв'язки мають місце, якщо на результативну ознаку діють декілька факторних, а для опису зв'язку використовується один або декілька визначальних (врахованих) факторів. Названі зв'язки є неповними, тому що завжди існують невраховані фактори, отже, значення результативної ознаки залежить від значень факторної менше, ніж на 100%. *Прикладом* статистичного зв'язку може служити залежність собівартості одиниці продукції від рівня продуктивності праці: чим вища продуктивність праці, тим нижча собівартість. Але на собівартість одиниці продукції, крім продуктивності праці, впливають й інші фактори: вартість сировини, матеріалів, палива, загальновиробничі і загальногосподарські витрати тощо. Тому не можна стверджувати, що підвищення продуктивності праці на 5% призведе до аналогічного зниження собівартості. Може спостерігатися і зворотна картина, якщо на собівартість впливатимуть більшою мірою інші фактори, – наприклад, різко зростуть ціни на сировину і матеріали.

Окремим випадком статистичного (стохастичного) зв'язку є *кореляційний зв'язок*, при якому зміна середнього значення результативної ознаки обумовлена зміною факторних ознак.

Крім того, зв'язки між явищами та його ознаками класифікуються за ступенем тісноти, напрямком і аналітичним вираженням.

За напрямом виділяють зв'язок *прямий* і *зворотній*. При прямому зв'язку результативна ознака зростає зі збільшенням факторної, при зворотному – зростання факторної ознаки призводить до зниження значень результативної ознаки. Наприклад, чим більше стаж роботи, тим вища продуктивність праці (*прямий зв'язок*), а чим вище продуктивність праці, тим нижча собівартість одиниці продукції (*зворотний зв'язок*).

За формою (аналітичним вираженням) зв'язки поділяються на *лінійні (прямолінійні)* і *нелінійні (криволінійні)*. Лінійні зв'язки виражаються рівнянням прямої, а нелінійні – рівнянням параболи, гіперболи, степеневі тощо.

За кількістю взаємодіючих факторів зв'язки поділяються на *парний (однофакторний)* і *множинний (багатофакторний)* зв'язки. При парному зв'язку на результативну ознаку діє одна факторна ознака, а при множинному – кілька факторних ознак.

9.2. Метод порівняння паралельних рядів

Після того, як на підставі теоретичного аналізу буде виявлено, що між досліджуваними явищами існує взаємозв'язок, необхідно виявити *тісноту цього зв'язку* та визначення його напрямку.

Якщо досліджувана статистична сукупність представлена невеликою кількістю вихідних даних, то наявність або відсутність кореляції між двома ознаками можна визначити **методом паралельних рядів**. З цією метою значення факторної ознаки розташовують по мірі зростання або зменшення, і потім ранжовані значення зіставляють з результативною ознакою. Шляхом співставлення розташованих таким чином рядів визначаються істотні зв'язки та їх напрями на основі розрахунку спеціальних коефіцієнтів.

Найпростішим показником є коефіцієнт Фехнера (K_{ϕ}), який розраховується за формулою:

$$K_{\phi} = \frac{C - H}{C + H}, \quad (9.1)$$

де C – кількість співпадінь знаків відхилень від середньої;
 H – кількість неспівпадінь знаків відхилень від середньої.

Якщо відхилення індивідуальних значень кожної ознаки від їх середніх величин більше нуля, то значенню присвоюється знак «+», в протилежному випадку – знак «-». В тому випадку, коли за обома показниками знаки однакові, має місце їх співпадіння, а коли вони різні – неспівпадіння. Коефіцієнт Фехнера знаходиться в межах від -1 до +1. Якщо коефіцієнт Фехнера прагне до 0, то зв'язок між показниками слабкий, а якщо коефіцієнт прагне до 1, то зв'язок тісний. Цей коефіцієнт має додатне значення при наявності прямого зв'язку, а від'ємне – зворотного.

Більш досконалим показником вважається коефіцієнт кореляції рангів Спірмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (9.2)$$

де d – різниця рангів факторного та результативного показників;
 n – кількість одиниць в сукупності.

При цьому під рангом розуміють порядковий номер значення показника у порядку зростання або зменшення. Коефіцієнт кореляції рангів також змінюється від -1 до +1. При позитивному значенні коефіцієнта зв'язок між показниками прямий, а при негативному – зворотній. Якщо коефіцієнт наближається до 1, між показниками існує тісний (сильний) зв'язок, якщо його значення менше 0,3, вважається, що взаємозв'язок практично відсутній.

Таким чином, наведені коефіцієнти дають можливість не тільки оцінити тісноту взаємозв'язку між факторною та результативною ознаками, але й визначити його напрямок (прямий чи зворотній).

Розглянемо приклад розрахунку коефіцієнта Фехнера та коефіцієнта кореляції рангів Спірмена за даними про ціну та обсяг продажу товару (табл. 9.1).

Таблиця 9.1 – Вихідні дані для розрахунку коефіцієнта Фехнера та коефіцієнта кореляції рангів Спірмена

Ціна, грн. (X)	Обсяг продажу, шт. (Y)	Знаки відхилень		Ранги		d	d ²
		за X	за Y	за X	за Y		
1	2	3	4	5	6	7	8
350	120	-	+	2	6	-4	16
460	104	+	-	5	2	3	9
630	76	+	-	8	1	7	49
380	111	-	-	3	4	-1	1
490	123	+	+	6	7	-1	1
520	105	+	-	7	3	4	16
260	140	-	+	1	8	-7	49
430	116	-	+	4	5	-1	1
3520	895	-	-	-	-	-	142

Розраховуємо середні значення показників:

$$\bar{X} = \frac{3520}{8} = 440 \text{ грн.}$$

$$\bar{Y} = \frac{895}{8} = 112 \text{ шт.}$$

З граф 3 і 4 визначаємо, що знаки співпали 2 рази (C=2), а не співпали 6 разів (H=6). Отже, коефіцієнт Фехнера становить:

$$K_{\phi} = \frac{2 - 6}{2 + 6} = -0,5$$

Таким чином, можна зробити висновок, що між ціною та обсягом продажу існує зворотній середній зв'язок.

Розрахуємо коефіцієнт кореляції рангів Спірмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot 142}{8(64 - 1)} = -0,69$$

Одержане значення коефіцієнта також підтверджує наявність зворотного середнього зв'язку між досліджуваними показниками.

9.3. Метод аналітичного групування

Метод аналітичного групування полягає в тому, що сукупність розбивається на групи за факторною ознакою, далі за кожною групою та за сукупністю визначаються середні значення факторної та результативної ознаки. Порівняння середніх значень факторної та результативної ознак дозволяє зробити певні висновки про наявність та напрямок взаємозв'язку між ними.

Порядок проведення аналітичного групування проілюструємо на конкретному прикладі визначення залежності між чистим прибутком та фондівдачею.

Базові вихідні дані представлено в табл. 9.2.

Таблиця 9.2 – Базові вихідні дані для здійснення аналітичного групування підприємств за чистим прибутком та фондівдачею

№ з.п.	Фондовіддача, грн./грн.	Чистий прибуток, млн. грн.
1	2	3
1	6,9	5,1
2	12,9	9,4
3	8,3	5,8
4	11,4	9,6
5	8,7	6,8
6	9,0	4,5
7	13,1	8,9
8	5,6	3,9

Продовження табл. 9.2

1	2	3
9	8,5	4,5
10	5,9	3,6
11	6,9	5,6
12	9,0	6,3
13	5,9	3,8
14	6,9	5,2
15	9,2	7,7
16	5,9	4,4
17	7,6	6,3
18	10,5	8,5
19	8,8	7,5
20	5,7	4,7
21	8,0	6,5
22	8,9	7,0
23	5,9	4,5
24	3,5	3,1
25	4,8	3,3
26	3,3	2,4

Групування розпочинається з того, що за факторною ознакою (фондовіддача) окремі одиниці сукупності поєднуються в однорідні групи. Для цього визначається кількість груп факторної ознаки:

$$K = 1 + 3,322 \cdot \lg 26 = 5,7 \approx 6$$

Розраховуємо довжину інтервалу факторної ознаки:

$$\Delta_x = \frac{13,1 - 3,3}{6} = 1,6 \approx 2$$

Довжина інтервалу округлюється у бік збільшення на один знак більше, ніж число знаків у значенні ознаки.

Визначаються значення результативної ознаки в кожному інтервалі зміни факторної ознаки (табл. 9.3).

Розраховується маса, кількість значень результативної ознаки та її середнє значення в кожному інтервалі зміни факторної ознаки.

Таблиця 9.3 – Аналітичне групування

Групи підприємств за рівнем фондівіддачі, грн.	Чистий прибуток, млн. грн.			
	окремі значення	маса	кількість	середнє значення
3,3-5,3	2,4; 3,1; 3,3	8,8	3	2,9
5,3-7,3	3,6; 3,8; 3,9; 4,4; 4,5; 4,7; 5,1; 5,2; 5,6	40,8	9	4,5
7,3-9,3	6,3; 6,5; 5,8; 4,5; 4,5; 6,8; 7,5; 7,0; 6,3; 7,7	62,9	10	6,3
9,3-11,3	8,5	8,5	1	8,5
11,3-13,3	9,6; 9,4; 8,9	27,9	3	9,3
13,3-15,3	–	–	–	–

За даними табл. 9.3 будується графік залежності чистого прибутку від фондівіддачі підприємства (рис. 9.1).



Рис. 9.1. Залежність чистого прибутку від фондівіддачі підприємства

Таким чином, зі зростанням фондівіддачі підприємства зростає середній чистий прибуток.

9.4. Парний кореляційно-регресійний аналіз

Кореляція і регресія відносяться до методів виявлення статистичної залежності між досліджуваними змінними.

Кореляція (від лат. *correlatio*), **кореляційна залежність** – взаємозалежність двох або кількох випадкових величин. Суть її

полягає в тому, що при зміні значення однієї змінної відбувається закономірна зміна (зменшення або збільшення) іншої (-ших) змінної (-них).

При розрахунку кореляції намагаються визначити, чи існує статистично достовірний зв'язок між двома або кількома змінними в одній або декількох вибірках. **Наприклад**, взаємозв'язок між зростом і вагою дітей, взаємозв'язок між успішністю і результатами виконання тесту IQ, між стажем роботи і продуктивністю праці.

Важливо розуміти, що кореляційна залежність відображає **тільки взаємозв'язок між змінними** і не говорить про причинно-наслідкові зв'язки. Наприклад, якби в досліджуваній вибірці між зростом і вагою людини існувала кореляційна залежність то, це не означало б, що вага є причиною зросту людини, інакше, скидаючи зайві кілограми, зріст людини також би зменшувався. Кореляційний зв'язок лише говорить про взаємозв'язок даних параметрів, причому в даній конкретній вибірці, в іншій вибірці ми можемо не спостерігати отримані кореляції. **Приклад 2:** є позитивна кореляція між збільшенням зарплати менеджерів з продажу та якістю роботи з клієнтами (підвищення якості обслуговування, робота з запереченнями, знання позитивних якостей продукту в порівнянні з конкурентами) при відповідній мотивації персоналу. Збільшення обсягів продажу, а, отже, і зарплата менеджерів, зовсім не означають, що менеджери поліпшили якість роботи з клієнтами. Цілком ймовірно, що випадково надійшли великі замовлення або відділ маркетингу збільшив рекламний бюджет або сталося ще щось.

За формою кореляційний зв'язок може бути прямолінійним або криволінійним. **Прямолінійним** може бути, наприклад, зв'язок між кількістю відвіданих занять з курсу протягом семестру і кількістю правильно вирішених завдань на іспиті з цього курсу. **Криволінійним** може бути, наприклад, зв'язок між рівнем мотивації і ефективністю виконання завдання. При підвищенні мотивації ефективність виконання завдання спочатку зростає, потім досягається оптимальний рівень мотивації, якому відповідає максимальна ефективність виконання завдання. Подальше підвищення мотивації супроводжується зниженням ефективності.

За напрямом кореляційний зв'язок може бути *позитивним* («прямим») і *негативним* («зворотнім»). Позитивна кореляція (пряма) виникає при одночасній зміні двох змінних величин в однакових напрямках (в позитивному або негативному). Прикладами

прямого зв'язку є зв'язок між внесенням добрив та урожайністю сільськогосподарських культур, рівнем годівлі та продуктивністю тварин, рівнем механізації виробничих процесів та продуктивністю праці. Прикладами зворотного зв'язку є зв'язок між урожайністю та собівартістю продукції, собівартістю продукції та рентабельністю виробництва, продуктивністю праці та собівартістю продукції.

Залежно від *кількості досліджуваних ознак* розрізняють *парну (просту)* та *множинну* кореляцію. При парній кореляції аналізують зв'язок між факторною та результативною ознаками; при множинній кореляції – залежність результативної ознаки від двох та більше факторних ознак.

Таким чином, кореляційний аналіз застосовується для знаходження *характеру і тісноти зв'язку* між випадковими величинами.

Регресійний аналіз має на меті *визначення (ідентифікацію) рівняння регресії*, включаючи статистичну оцінку його параметрів. Рівняння регресії дозволяє знайти значення залежної змінної, якщо величина незалежної або незалежних змінних відома.

Практично, мова йде про те, щоб, аналізуючи безліч точок на графіку (тобто безліч статистичних даних), знайти лінію, яка за можливістю, точно відображає укладену в цій множині закономірність (тренд, тенденцію) – лінію регресії.

За кількістю чинників розрізняють одно-, дво- та багатofакторні рівняння регресії.

Етапи кореляційно-регресійного аналізу:

- виявлення кореляційної залежності;
- підбір виду залежності;
- розрахунок параметрів рівняння регресії;
- визначення тісноти зв'язку.

9.4.1. Виявлення кореляційної залежності

Для виявлення кореляційної залежності здійснюється збір даних методом випадкової вибірки деякої кількості спостережуваних об'єктів з деякої однорідної сукупності, фіксації для кожного обраного об'єкта пари ознак (властивостей), взаємозв'язок яких буде предметом дослідження. Наявність зв'язку між ознаками можна виявити за допомогою графічного або аналітичного методів.

Сутність графічного методу полягає в побудові *поля кореляції*, або сукупності точок, що відображають залежність між ознаками в певній системі координат.

Розглянемо конкретний приклад побудови кореляційного поля на основі даних табл. 9.3.

Розраховуємо довжину інтервалів зміни результативної та факторної ознак за формулою:

$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg n} \quad (9.3)$$

отримуємо:

– для результативної ознаки: $\Delta Y = \frac{9,6 - 2,4}{1 + 3,322 \cdot \lg 26} = 1,26 \approx 1,5;$

– для факторної ознаки: $\Delta X = \frac{13,1 - 3,3}{1 + 3,322 \cdot \lg 26} = 1,72 \approx 2.$

Після цього будуюмо кореляційне поле (рис. 9.2).

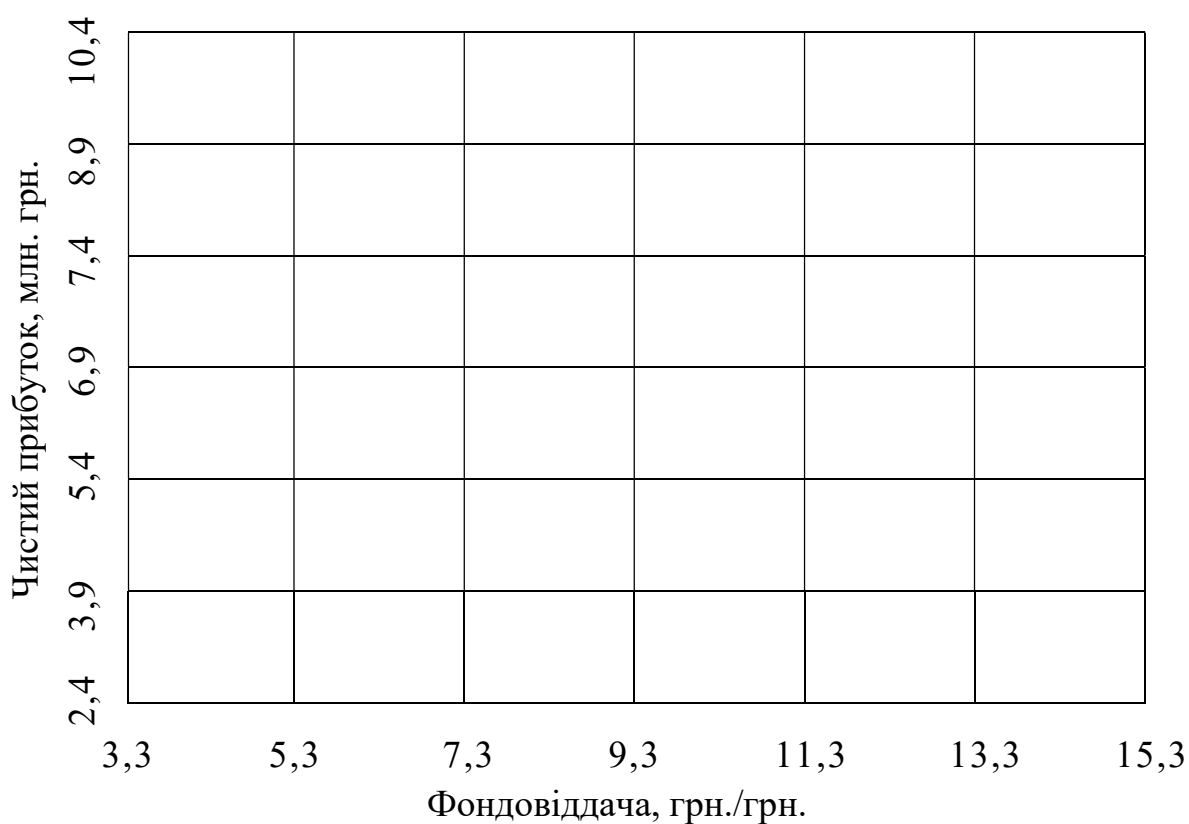


Рис. 9.2. Кореляційне поле

При побудові графіка на горизонтальній осі відкладаємо значення факторної ознаки (x), а на вертикальній – значення результативної ознаки (y). Відклавши на перетині відповідних значень x та y точки, отримуємо кореляційне поле.

Після відображення даних на полі можливі наступні три варіанти (рис. 9.3).

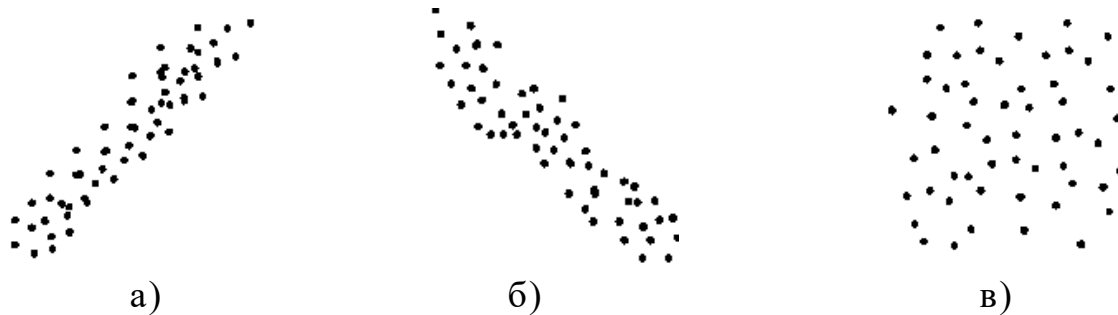


Рис. 9.3. Схема прямолінійних кореляційних зв'язків: а) позитивний (прямий) зв'язок; б) негативний (зворотний) зв'язок; в) відсутній зв'язок

На основі графіку може бути зроблена гіпотеза про наявність лінійного кореляційного зв'язку, про нелінійний кореляційний зв'язок або про відсутність кореляційного зв'язку.

Відправним пунктом виявлення кореляційної залежності за допомогою аналітичного методу є кореляційна таблиця, яка систематизує результати спостереження над двома досліджуваними явищами або їх ознаками. В нашому випадку вона має такий вигляд (табл. 9.4).

Таблиця 9.4 – Кореляційна таблиця залежності чистого прибутку від фондовіддачі

Інтервали зміни чистого прибутку, млн. грн.	Середина інтервалу	Інтервали зміни фондовіддачі, грн./грн.						Всього
		3,3-5,3	5,3-7,3	7,3-9,3	9,3-11,3	11,3-13,3	13,3-15,3	
2,4-3,9	3,2	3	3					6
3,9-5,4	4,7		5	2				7
5,4-6,9	6,2		1	5				6
6,9-7,4	7,2			1				1
7,4-8,9	8,0			2	1			3
8,9-10,4	9,7					3		3
Всього		3	9	10	1	3		26

Розраховуємо середні значення результативної ознаки в кожному інтервалі зміни факторної ознаки:

$$\bar{Y}_{x_1} = \frac{3 \cdot 3,2}{3} = 3,2$$

$$\bar{Y}_{x_2} = \frac{3 \cdot 3,2 + 5 \cdot 4,7 + 1 \cdot 6,2}{9} = 4,4$$

$$\bar{Y}_{x_3} = \frac{4,7 \cdot 2 + 6,2 \cdot 5 + 7,2 \cdot 1 + 8,0 \cdot 2}{10} = 6,4$$

$$\bar{Y}_{x_4} = \frac{8,0 \cdot 1}{1} = 8,0$$

$$\bar{Y}_{x_5} = \frac{9,7 \cdot 3}{3} = 9,7$$

Після цього зіставляємо середні значення факторної та результативної ознак (табл. 9.5).

Таблиця 9.5 – Зіставлення середніх значень факторної та результативної ознак

Ознаки	Інтервали зміни ознак					
	1	2	3	4	5	6
Факторна	4,3	6,3	8,3	10,3	12,3	14,3
Результативна	3,2	4,4	6,4	8,0	9,7	–

Як бачимо, зі зміною факторної ознаки (фондовіддачі) змінюється середнє значення результативної ознаки (чистого прибутку). Отже, між одержуваними ознаками є взаємозв'язок.

9.4.2. Підбір виду залежності

Підбір виду залежності починається з аналізу теоретичного напрямку досліджуваної залежності, тобто, виходячи з економічного змісту, визначається передбачуваний напрямок дії факторної ознаки.

Потім будується емпірична лінія регресії. **Емпірична лінія регресії** характеризує зміну середнього значення функції під впливом чинника аргументу. Середні інтервальні значення результативної ознаки $\bar{Y}_{\text{сер}}$ відображаються на кореляційному полі у вигляді точок із середини інтервалів зміни факторної ознаки. Потім ці точки з'єднуються, і отримана ламана лінія має назву *емпіричної*. Її зигзаги сильніше виявляються в інтервалах з малою кількістю спостережень. За законом великих чисел можна стверджувати, що емпірична лінія регресії все більше згладжуватиметься при зростанні числа спостережень.

Граничне положення емпіричної лінії регресії, до якого вона прагне при необмеженому збільшенні числа спостережень, має назву **теоретичної лінії регресії**, а процес її знаходження – **вирівнюванням емпіричної лінії регресії**.

Суттєву роль в кореляційному аналізі відіграє підбір форми математичного рівняння, що найкращим чином описує досліджуваний процес.

9.4.3. Розрахунок параметрів рівняння регресії

Рівняння, що відображає зміну середньої величини однієї ознаки (Y) в залежності від другої (X), називається **рівнянням регресії** або **рівнянням кореляційного зв'язку**.

Прямолінійну форму зв'язку визначають за рівнянням прямої лінії:

$$y_x = a_0 + a_1 \cdot x, \quad (9.4)$$

де y_x – теоретичні (обчислені за рівнянням регресії) значення результативної ознаки;

a_0 – початок відліку, або значення y_x при умові, що $x=0$;

a_1 – коефіцієнт регресії (коефіцієнт пропорційності), який показує, як змінюється y_x при кожній зміні x на одиницю;

x – значення факторної ознаки.

При прямому зв'язку між корелюючими ознаками коефіцієнт регресії a_1 матиме додатне значення, при зворотному – від'ємне.

Невідомі параметри a_0 та a_1 знаходять **способом найменших квадратів**. Сутність цього способу полягає в знаходженні таких параметрів рівняння зв'язку, при яких залишкова сума квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки (y) від її теоретичних (обчислених за рівнянням зв'язку) значень (y_x) буде мінімальною:

$$\sum (y - y_x)^2 = \min. \quad (9.5)$$

Спосіб найменших квадратів зводиться до складання та розв'язання системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum x_i = \sum y_i, \\ a_0 \cdot \sum x_i + a_1 \cdot \sum x_i^2 = \sum y_i \cdot x_i. \end{cases} \quad (9.6)$$

Ця система рівнянь називається системою нормальних рівнянь. Вирішуючи її, отримуємо величини коефіцієнтів a_0 та a_1 , а, отже, і аналітичний вираз залежності $y = a_0 + a_1 \cdot x$.

Для вихідних даних, представлених в табл. 9.2, ця система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} 26a_0 + 201,1a_1 = 148,9, \\ 201,1a_0 + 1712,21a_1 = 1267,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 + 7,7a_1 = 5,7, \\ a_0 + 8,5a_1 = 6,3 \end{cases}$$

$$a_0 = 5,7 - 7,7a_1$$

$$5,7 - 7,7a_1 + 8,5a_1 = 6,3$$

$$5,7 - 7,7a_1 + 8,5a_1 = 6,3$$

$$0,8a_1 = 0,6$$

$$a_1 = 0,75$$

Тоді $a_0 = 5,7 - 7,7 \cdot 0,75 = -0,075$.

Отже, шукане рівняння має вигляд:

$$y_x = -0,075 + 0,75 \cdot x$$

Економічний зміст цього рівняння такий: коефіцієнт регресії показує, що в досліджуваній сукупності підприємств зі збільшенням фондівіддачі на 1 грн./грн. чистий прибуток зростає на 0,75 млн. грн. Параметр a_0 (у нашому прикладі -0,075) як вільний член рівняння має тільки розрахункове значення і не інтерпретується.

Підставивши у рівняння регресії значення x , дістанемо теоретичні рівні чистого прибутку в кожному підприємстві. Якщо сума теоретичних значень дорівнює сумі емпіричних значень ($\sum y_x = \sum y$), то параметри рівняння визначені правильно.

Як зазначалося, при прямолінійній залежності спостерігається рівномірне збільшення (зменшення) результативної ознаки під впливом відповідної зміни факторної ознаки. У статистичній практиці трапляються і більш складні зв'язки, коли зі зміною аргументу змінюється не тільки функція, а й її приріст. **Нелінійні (криволінійні) форми зв'язку** різні. У статистичному аналізі найчастіше використовують *параболічну* та *гіперболічну* форми зв'язку.

Якщо криволінійна залежність має форму параболи другого порядку, зв'язок виражають таким рівнянням:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2. \quad (9.7)$$

Однією з особливостей цього типу кривої є те, що вона завжди має точку перетину (критичну точку), яка характеризує оптимальний варіант розміру величини результативної ознаки, і змінює напрямок свого руху лише один раз. Якщо в рівнянні величина a_1 виражена від'ємним числом, a_2 – додатним, то крива змінюватиме напрямок спаду на зростання.

Для розрахунку параметрів рівняння параболи другого порядку використовується така система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x + a_2 \cdot \sum x^2 = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum x + a_1 \cdot \sum x^2 + a_2 \cdot \sum x^3 = \sum y \cdot x, \\ a_0 \cdot \sum x^2 + a_1 \cdot \sum x^3 + a_2 \cdot \sum x^4 = \sum y \cdot x^2. \end{cases} \quad (9.8)$$

Якщо емпірична лінія регресії досліджуваної залежності має вигляд гіперболи, то для визначення зв'язку між ознаками використовують рівняння:

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x}. \quad (9.9)$$

Для знаходження параметрів рівняння необхідно вирішити систему нормальних рівнянь такого вигляду:

$$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum \frac{1}{x} = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum \frac{1}{x} + a_1 \cdot \sum \frac{1}{x^2} = \sum \frac{y}{x}. \end{cases} \quad (9.10)$$

Розглянуті залежності (пряма, парабола і гіпербола) не вичерпують усього різноманіття залежностей, що зустрічаються в реальних дослідженнях.

9.4.4. Розрахунок тісноти зв'язку

Важливим завданням кореляційного аналізу є визначення тісноти зв'язку між корелюючими величинами. Кількісним показником тісноти прямолінійного зв'язку результату з одним фактором є *коефіцієнт парної кореляції*, який обчислюють за формулою:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y \cdot \sigma_x} = \frac{M}{\sigma_y \cdot \sigma_x}, \quad (9.11)$$

де r – лінійний коефіцієнт кореляції;
 σ_x – середнє квадратичне відхилення факторної ознаки;
 σ_y – середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Якщо врахувати, що $\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$, а $\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}$, то найбільш зручною формулою для визначення лінійного коефіцієнта кореляції є:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2) \cdot (\overline{y^2} - \bar{y}^2)}}. \quad (9.12)$$

При парній залежності коефіцієнт кореляції коливається від 0 до +1 при прямому зв'язку та від 0 до -1 – при зворотному зв'язку. Чим ближче коефіцієнт кореляції до ± 1 , тим тісніший зв'язок між y та x і, навпаки, чим ближче коефіцієнт кореляції до 0, тим слабший зв'язок між результативною та факторною ознаками.

Якщо $r < 0,3$, то зв'язку немає; якщо $r = 0,3-0,5$, зв'язок слабкий; якщо $r = 0,5-0,7$ – зв'язок середній і якщо $r > 0,7$ – зв'язок тісний.

Тісноту зв'язку при криволінійних формах залежності визначають за **індексом кореляції (кореляційного відношення)**:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (9.13)$$

де $\sigma_{y/x}^2$ – міжгрупова дисперсія;

σ_y^2 – загальна дисперсія.

Індекс кореляції змінюється в межах від 0 до +1, тобто *завжди є додатною величиною*. Він показує, яку частку y загальному середньоквадратичному відхиленні результативної ознаки займає середньоквадратичне відхилення факторної ознаки.

У статистичній практиці найчастіше використовують такі робочі формули для визначення індексу кореляції:

$$\eta = \sqrt{\frac{\frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{n}}{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}}; \quad \eta = \sqrt{\frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (9.14)$$

Індекс кореляції можна використати і для визначення тісноти зв'язку при прямолінійній залежності. У цьому разі абсолютна величина індексу кореляції збігається з лінійним коефіцієнтом кореляції. Якщо зв'язок криволінійний, то $i > r$. Математично встановлено, що коли різниця між індексом кореляції і коефіцієнтом кореляції не перевищує 0,1, то гіпотезу про прямолінійність зв'язку можна вважати доведеною.

При використанні для аналізу показників коефіцієнтів кореляції і кореляційних відношень слід мати на увазі таку особливість коефіцієнта кореляції і кореляційного відношення. Коефіцієнт кореляції визначає однакову міру зв'язку між першою і другою ознакою, тобто міра зв'язку між X і Y така сама, як і між Y і X , тобто $r_{xy} = r_{yx}$. Кореляційне відношення свідчить про наявність дещо іншого характеру зв'язку між X і Y , що має прояв у тому, що показник кореляційного відношення між Y і X не такий самий, як кореляційне відношення між Y і X . Це ніби парадоксальне ствердження беззаперечно підтверджується результатами досліджень з будь-якими біологічними об'єктами. Дане положення підкреслює принципову і важливу особливість біологічних об'єктів, яка полягає в тому, що зворотні зв'язки в біологічних об'єктах мають дещо різну інтерпретацію. Існують такі корелюючі ознаки, природа яких ставить неможливим зрівноважувати вагомість їх значень. *Наприклад*, середня маса колоска пшениці безпосередньо залежить від кількості опадів. Але кількість опадів і характер їх випадання зовсім не залежить від того, наскільки збільшується вага колоску. Подібна нерівність зворотних зв'язків між екологічними умовами і реакцією на них живих організмів обумовлює нерівність зворотних зв'язків. Ця нерівність може досягати критичних рівнів, коли кореляційне відношення першої і другої ознаки буде мати значну величину, а кореляційне відношення другої ознаки за першою – наближатись до нуля. Отже, показник кореляційного відношення визначається для оцінки криволінійної залежності між змінними величинами X і Y .

Після розрахунку показника тісноти зв'язку проводиться перевірка значущості коефіцієнта регресії і коефіцієнта кореляції за допомогою t -критерію Стьюдента або дисперсійного критерію Фішера.

Розраховані значення t -критерію порівнюються з критичними їхніми значеннями при прийнятому рівні значущості і числі ступенів свободи. У соціально-економічних дослідженнях рівень значущості

завичай приймається рівним 0,05. Якщо розрахункове значення t -критерію більше критичного, параметр визнається значущим, тобто відхиляється гіпотеза про те, що параметр насправді дорівнює нулю і лише в силу випадкових обставин він виявився рівним величині, що перевіряється.

При криволінійній залежності для оцінки значущості коефіцієнтів регресії слід застосовувати t -критерій, а для кореляційного відношення – критерій Фішера.

Розраховане значення F -критерію потрібно порівняти з його критичним значенням для прийнятого рівня значущості і числі ступенів свободи. Якщо обчислене значення t -критерію або F -критерію перевищує критичне, то отримане рівняння регресії можна використовувати в практичних розрахунках.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. При функціональному зв'язку кожному конкретному значенню факторної ознаки відповідає:

- а) певна множина результативної ознаки;
- б) конкретне значення результативної ознаки;
- в) середнє значення результативної ознаки;
- г) обмежена кількість результативних ознак.

2. Прямий – це такий зв'язок між факторною та результативною ознаками, при якому зі:

- а) збільшенням факторної ознаки результативна збільшується;
- б) збільшенням факторної ознаки результативна зменшується;
- в) зменшенням факторної ознаки результативна збільшується;
- г) збільшенням факторної ознаки результативна не змінюється.

3. Зворотний – це такий зв'язок між факторною та результативною ознаками, при якому зі:

- а) збільшенням факторної ознаки результативна збільшується;
- б) збільшенням факторної ознаки результативна зменшується;
- в) зменшенням факторної ознаки результативна зменшується;
- г) збільшенням факторної ознаки результативна не змінюється.

4. За формою (аналітичним вираженням) зв'язки поділяють на:

- а) лінійні та нелінійні;

- б) прямі та зворотні;
- в) однофакторні та багатофакторні;
- г) слабкі та сильні.

5. За напрямом зв'язки поділяють на:

- а) лінійні та нелінійні;
- б) прямі та зворотні;
- в) однофакторні та багатофакторні;
- г) слабкі та сильні.

6. За кількістю взаємодіючих факторів зв'язки поділяють на:

- а) лінійні та нелінійні;
- б) прямі та зворотні;
- в) однофакторні та багатофакторні;
- г) слабкі та сильні.

7. Лінійний коефіцієнт кореляції змінюється в межах:

- а) від -1 до +1;
- б) від 0 до +1;
- в) від -1 до 0;
- г) від $-\infty$ до $+\infty$.

8. Кореляційне відношення змінюється в межах:

- а) від -1 до +1;
- б) від 0 до +1;
- в) від -1 до 0;
- г) від $-\infty$ до $+\infty$.

9. Якщо кореляційне відношення дорівнює нулю, це свідчить про:

- а) зворотний функціональний зв'язок;
- б) наявність лінійного зв'язку;
- в) наявність квадратичного зв'язку;
- г) відсутність зв'язку.

10. Якщо лінійний коефіцієнт кореляції дорівнює +1, це свідчить про:

- а) щільний лінійний зв'язок;
- б) прямий функціональний зв'язок;

- в) відсутність зв'язку;
- г) зворотний функціональний зв'язок.

11. Якщо лінійний коефіцієнт кореляції дорівнює (-1), це свідчить про:

- а) щільний лінійний зв'язок;
- б) прямий функціональний зв'язок;
- в) відсутність зв'язку;
- г) зворотний функціональний зв'язок.

12. Якщо зі зміною факторної ознаки результативна ознака змінюється більш-менш рівномірно, то такий зв'язок описується функцією:

- а) лінійною;
- б) степеневою;
- в) гіперболічною;
- г) параболічною.

13. Рівняння, за допомогою яких визначають статистичний зв'язок між корелюючими величинами, називають рівнянням:

- а) тренду;
- б) кореляції;
- в) регресії;
- г) детермінації.

14. Параметр a_0 у рівнянні регресії $y_x = a_0 + a_1 \cdot x$ характеризує:

- а) середній щорічний абсолютний приріст рівнів вирівняного ряду динаміки;
- б) зміну результативної ознаки при кожній зміні факторної на одиницю;
- в) вирівняний рівень ряду динаміки;
- г) не інтерпретується.

15. Параметр a_1 у рівнянні регресії $y_x = a_0 + a_1 \cdot x$ характеризує:

- а) середній щорічний абсолютний приріст рівнів вирівняного ряду динаміки;
- б) зміну результативної ознаки при кожній зміні факторної на одиницю;

- в) вирівняний рівень ряду динаміки;
- г) не інтерпретується.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Які існують види зв'язків між явищами? Наведіть приклади.
2. Які методи застосовуються в статистиці для встановлення зв'язку між явищами?
3. В чому полягає сутність методу порівняння паралельних рядів?
4. В чому полягає сутність методу аналітичного групування?
5. За якими класифікаційними ознаками класифікуються кореляційні зв'язки?
6. Що таке парна і множинна кореляція?
7. Який зміст рівняння регресії і лінії регресії?
8. Які види регресійних рівнянь використовують при кореляційному аналізі?

ГЛОСАРІЙ

Абсолютний приріст – характеризує в абсолютних величинах, на скільки за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

Аналітичне вирівнювання динамічних рядів – це знаходження певної моделі (рівняння тренду), яка математично описує тенденцію розвитку явища в часі.

Аналітичне (факторне) групування – дозволяє виявити взаємозв'язок між досліджуваними явищами та його ознаками.

Аналітичні середні величини – розраховуються на підставі всіх значень ознаки за допомогою певних математичних формул, тобто аналітичних залежностей.

Анкетний спосіб спостереження – заснований на принципі добровільного заповнення спеціальних анкет, які роздають або розсилаються певному колу осіб, або публікуються у пресі.

Арифметичний (рахунковий) контроль – контроль, який полягає в перевірці підсумків і розрахунку показників та заснований на використанні кількісних зв'язків між показниками, які можуть бути перевірені арифметичними діями.

Атрибутивна (якісна) ознака – ознака, окремі значення якої виражаються у вигляді стану, властивостей тощо.

Атрибутивний ряд розподілу – розподіл одиниць сукупності за атрибутивними ознаками.

Альтернативна ознака – ознака, яка приймає лише два протилежних значення.

Базові індекси – індекси, при обчисленні яких дані всіх періодів порівнюються з одним періодом, взятим за базу, зазвичай з початковим періодом.

Безперервні кількісні ознаки – ознаки, які можуть в певних межах приймати будь-які значення, як цілі, так і дробові.

Безповторний відбір – відбір, при якому кожна одиниця (або група одиниць) генеральної сукупності, що потрапила у вибірку, після запису розміру ознаки більше в генеральну сукупність не повертається.

Безпосередній облік фактів – статистичне спостереження, при якому особи, що проводять обстеження, отримують необхідні

відомості шляхом особистого обліку одиниць сукупності: огляду, перерахунку, вимірювання, зважування тощо.

Варіаційний ряд розподілу – розподіл одиниць сукупності за кількісними ознаками.

Варіююча ознака – ознака, що приймає в межах статистичної сукупності різні значення у одиниць статистичної сукупності.

Варіація – це відмінність коливання в значеннях якої-небудь ознаки у різних одиниць сукупності.

Відкриті інтервали – такі інтервали, у яких вказана лише одна (верхня і нижня) межа.

Відносна величина – це узагальнюючий показник, який дає числову міру співвідношення двох порівнюваних абсолютних величин.

Відносна величина динаміки – являє собою відношення рівня досліджуваного явища або процесу за даний період до рівня цього ж процесу або явища в минулому.

Відносна величина виконання плану – характеризує ступінь реалізації плану.

Відносна величина інтенсивності – є результатом зіставлення (відношення) різнойменних абсолютних величин, які належать до різних, але пов'язаних у своєму розвитку сукупностей.

Відносна величина координації – являє собою співвідношення частин сукупності між собою.

Відносна величина планового завдання – являє собою відношення планованого рівня показника до його рівня, досягнутого в попередньому періоді (або в періоді, що розглядається як базисний).

Відносні величини просторового порівняння – характеризують порівняльні розміри однойменних абсолютних величин, що відносяться до одного і того ж моменту або періоду часу, але до різних об'єктів або територій.

Відносна величина структури – це відношення частини до цілого або питома вага частини в загальному обсязі ознаки або сукупності.

Вибіркове спостереження – несучільне спостереження, при якому ознаки реєструються в окремих одиниць досліджуваної статистичної сукупності, відібраних з використанням спеціальних

методів, а отримані в процесі обстеження результати з певним рівнем імовірності поширюються на всю вихідну сукупність.

Випадкові помилки реєстрації – помилки, які можуть бути допущені як опитуваними, так і реєстраторами в результаті дії різних випадкових факторів.

Внутрішньогрупова дисперсія – вимірює варіацію ознаки всередині групи.

Гістограма – будується для інтервальних рядів розподілу, при цьому на осі X відкладаються інтервали групування, а на осі Y – абсолютні або відносні частоти.

Гранична помилка вибірки – статистична величина, яка визначає, з певним ступенем імовірності, максимальне значення, на яке результати вибірки відрізняються від результатів генеральної сукупності.

Групування – це процес розподілу сукупності на однорідні групи за певною ознакою.

Динамічні індекси – використовуються для характеристики темпів змін суспільних явищ в динаміці.

Динамічний ряд відносних величин – такий ряд, члени якого виражають відносні розміри досліджуваного явища за ряд послідовних моментів або відрізків часу.

Дискретні варіаційні ряди характеризуються тим, що варіанти в них мають строго певне значення.

Дискретні кількісні ознаки – ознаки, які можуть приймати тільки цілком певні значення, між якими не можуть мати місце проміжні значення.

Дисперсія – середній квадрат відхилення варіантів від їх середньої величини.

Документальний облік фактів – статистичне спостереження, засноване на використанні документального обліку фактів господарської діяльності підприємств.

Експедиційний спосіб опитування – опитування, під час якого спеціально виділена особа (реєстратор) опитує особу, яка обстежується, і з його слів заповнює бланк обстеження.

Екстраполяція – приблизний розрахунок відсутнього рівня по одну сторону невідомого.

Емпірична лінія регресії – характеризує зміну середнього значення функції під впливом чинника аргументу.

Загальна дисперсія – вимірює варіацію ознаки в усій сукупності під впливом всіх факторів.

Закон, що пов'язує три види дисперсії – загальна дисперсія дорівнює сумі міжгрупової дисперсії і середньої з внутрішньогрупових дисперсій.

Закриті інтервали – такі інтервали, у яких вказана верхня і нижня межі.

Збір даних – це масове науково-організоване спостереження, за допомогою якого отримують первинну інформацію про окремі факти (одиниці) досліджуваного явища.

Звітність – основна форма статистичного спостереження, яка полягає в отриманні статистичними органами даних від одиниць спостереження.

Зворотний зв'язок – зв'язок, при якому зростання факторної ознаки призводить до зниження значень результативної ознаки.

Індекс – це показник відносної зміни даного рівня досліджуваного явища в порівнянні з іншим його рівнем, прийнятим за базу порівняння.

Індексована величина – це значення ознаки статистичної сукупності, зміна якої є об'єктом вивчення.

Інтервал – це величина окремих груп або підгруп, виділених за кількісною ознакою.

Інтервальні абсолютні величини – це підсумковий накопичений результат за певний період (інтервал) часу (наприклад, зарплата за місяць, квартал або рік).

Інтервальні варіаційні ряди – це такі ряди, де значення варіанти ознаки групування подано у вигляді інтервалів.

Інтерполяція – приблизний розрахунок відсутніх рівнів всередині однорідного періоду, коли відомі рівні по обидві сторони невідомого.

Кількісна ознака – ознака, окремі значення якої виражаються у вигляді чисел.

Коефіцієнт варіації – застосовується для порівняння розкиду двох випадкових величин з різними одиницями виміру щодо

очікуваного значення і визначається відношенням середнього квадратичного відхилення до середнього значення.

Комбінаційне групування – це групування, здійснене за двома та більше ознаками одночасно.

Кореляційний зв'язок – зв'язок, при якому зміна середнього значення результативної ознаки обумовлена зміною факторних ознак.

Кореспондентський спосіб опитування – опитування, при якому статистична організація розсилає бланки обстеження і вказівки щодо їх заповнення організаціям або окремим особам з проханням відповісти на поставлені запитання. Після заповнення бланк-анкета висилається на адресу тієї статистичної організації, яка їх розсилала.

Критичний момент статистичного спостереження – момент часу, станом на який здійснюється реєстрація зібраних відомостей.

Кумулята – крива нагромаджених частот (частостей).

Ланцюгові індекси – називають індекси, при обчисленні яких дані кожного періоду порівнюються з даними попередніх періодів. У ланцюгових індексах база змінна.

Лінійні зв'язки – зв'язки, що виражаються рівнянням прямої.

Логічний контроль – контроль, який заснований на використанні логічного взаємозв'язку показників, встановлення логічної відповідності між ними.

Медіана – це значення, що ділить ряд розподілу навпіл.

Механічний відбір – відбір одиниць у вибірку сукупність проводиться з генеральної сукупності, розбитої на рівні інтервали (групи).

Міжгрупова дисперсія – вимірює варіацію групових середніх відносно загальної середньої.

Множинний (багатофакторний) зв'язок – зв'язок, при якому на результативну ознаку діє кілька факторних ознак.

Мода – це варіанта, яка найбільш часто зустрічається в ряді.

Моментні абсолютні величини – показують рівень досліджуваного явища або процесу на певний момент часу або дату (наприклад, вартість основних засобів на перше число місяця).

Монографічне спостереження – це детальне обстеження (як статистичне, так і якісно-описове) окремо взятого одиничного явища, яке певним чином ілюструє всю сукупність.

Натуральні одиниці виміру – одиниці виміру, що застосовуються для обчислення величин з однорідними властивостями (наприклад, штуки, тонни, метри тощо).

Нелінійні зв'язки – зв'язки, що виражаються рівнянням параболи, гіперболи, степеневі тощо.

Несуцільне спостереження – спостереження, при якому обстежується частина сукупності явищ.

Об'єкт статистичного спостереження – та сукупність, про яку повинні бути зібрані необхідні відомості.

Об'ємні (абсолютні) узагальнюючі показники – показники, що характеризують обсяг, масу суспільних явищ та отримуються як підсумок безпосереднього підрахунку або підсумовування статистичних даних.

Одиниця спостереження – це той первинний осередок, від якого повинні бути отримані необхідні статистичні відомості.

Одиниця сукупності – це первинний елемент об'єкта статистичного спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації, і основою рахунку, що ведеться при обстеженні.

Параметричні середні величини – розраховуються за допомогою математичних формул на основі значень ознаки, що займають певне положення в ряді розподілу.

Парний (однофакторний) зв'язок – зв'язок, при якому на результативну ознаку діє одна факторна ознака.

Період спостереження – це час, протягом якого здійснюється реєстрація ознак у одиниць спостереження за встановленою програмою.

Періодичне і одноразове спостереження – такі спостереження, які проводяться не постійно, а через певні проміжки часу, або одноразово.

Повторний відбір – кожна одиниця (або група одиниць) генеральної сукупності, що потрапила у вибірку, після запису розміру повертається в генеральну сукупність і, отже, може багаторазово потрапляти у вибірку.

Поле кореляції – сукупність точок, що відображають залежність між ознаками в певній системі координат: на горизонтальній осі відкладаються значення факторної ознаки, а на вертикальній – значення результативної ознаки.

Полігон розподілу – використовується для графічного зображення дискретних та атрибутивних рядів розподілу, будується в прямокутній системі координат, при цьому на осі абсцис відкладається варіанта, а на осі ординат – частота або відносна частота.

Помилка вибірки – різниця між генеральною і вибірковою середньою (часткою).

Помилки спостереження – розбіжності між даними спостереження і фактичними значеннями ознак досліджуваного явища.

Помилки реєстрації – помилки, що виникають при отриманні даних про окремі одиниці сукупності внаслідок неправильного встановлення фактів в процесі спостереження або неправильного їх запису.

Помилки репрезентативності (показності) – помилки, які характерні тільки для несуцільного спостереження та виникають в результаті того, що склад відібраної для обстеження частини одиниць сукупності (вибірки) не в повному обсязі відбиває склад і властивості всієї досліджуваної сукупності, незважаючи на те, що реєстрація відомостей за кожною відібраною одиницею була проведена точно.

Поточне спостереження – таке спостереження, яке ведеться безперервно, і реєстрація фактів проводиться у міру їх звершення.

Програма спостереження – це перелік ознак, що підлягають реєстрації при проведенні статистичного спостереження.

Просте групування – групування, в якому групи утворені за однією ознакою.

Прямий зв'язок – зв'язок, при якому результативна ознака зростає зі збільшенням факторної.

Ранжований ряд розподілу – ряд розподілу, в якому варіанти розташовуються за їх числовим значенням в порядку зменшення або зростання.

Регресійний аналіз – аналіз, який має на меті визначення (ідентифікацію) рівняння регресії, включаючи статистичну оцінку його параметрів.

Результативні ознаки – це ознаки, які змінюються під дією факторних ознак.

Рівні інтервали – такі інтервали, у яких різниці між межами інтервалів однакові.

Рівняння регресії – рівняння, що відображає зміну середньої величини однієї ознаки в залежності від другої.

Розмах варіації – різниця між найбільшим і найменшим значеннями ознаки.

Ряд динаміки – ряд показників, що характеризують закономірності зміни суспільних явищ і процесів у часі.

Ряд динаміки абсолютних величин – такий ряд, члени якого виражають абсолютні значення досліджуваного явища за ряд послідовних моментів або відрізків часу.

Ряд розподілу – упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за будь-якою ознакою.

Самореєстрація – опитування, при якому обстежуваній особі надають бланк обстеження і пояснюють питання, бланк особа заповнює самостійно.

Сезонні коливання – періодичні коливання, що виникають під впливом зміни пори року.

Середнє квадратичне відхилення – корінь з дисперсії.

Середнє лінійне відхилення – середнє арифметичне з абсолютних значень відхилень окремих варіантів від їх середньої арифметичної.

Середні величини – це узагальнюючі показники, які виражають типові розміри варіюючих ознак суспільних явищ.

Середній темп зростання – характеризує у відносних величинах, у скільки разів в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

Середній темп приросту – характеризує у відносних величинах, на скільки в середньому за розглянутий період змінилося значення досліджуваного показника.

Серійна вибірка – використовується в тих випадках, коли одиниці досліджуваної сукупності об'єднані в невеликі рівновеликі групи або серії.

Систематичні помилки реєстрації – це помилки, які виникають з якоїсь певної причини і викликають однобічне перекручування значень ознаки, за якою ведеться спостереження (збільшення або зменшення).

Спеціалізовані інтервали – такі інтервали, які слугують для виділення одних і тих самих типів за одними і тими самими ознаками явищ, що знаходилися в різних умовах.

Спосіб основного масиву – форма спостереження, при якій відбираються одиниці спостереження, питома вага яких переважає в обсязі досліджуваних первинних ознак.

Статистика – це суспільна наука, що вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною в конкретних умовах часу і місця.

Статистичне зведення – процес систематизації та узагальнення матеріалів статистичного спостереження.

Статистичне спостереження – це *масове* (воно охоплює велику кількість випадків прояву досліджуваного явища для отримання правдивих статистичних даних) *планомірне* (проводиться за розробленим планом, що включає питання методології, організації збору і контролю за достовірністю інформації), *систематичне* (проводиться систематично, або безперервно, або регулярно), *науково організоване* (для підвищення достовірності даних, яка залежить від програми спостереження, змісту анкет, якості підготовки інструкцій) спостереження за явищами і процесами соціально-економічного життя, яке полягає в зборі та реєстрації окремих ознак у кожній одиниці сукупності.

Статистичні показники – це поняття, що відображають розміри і кількісні співвідношення ознак суспільних явищ.

Статистична сукупність – це маса окремих одиниць, які об'єднані єдиною якісною стороною, але розрізняються між собою за низкою ознак.

Статистичний ряд – упорядкована за якоюсь ознакою статистична сукупність.

Структурне групування – групування, в якому відбувається

поділ однорідної сукупності на групи, що характеризують її структуру за певною варіюючою ознакою.

Суцільне спостереження – спостереження, при якому обстежується вся сукупність явищ даного типу без жодного винятку.

Темп зростання – це величина динаміки, виражена у відсотках.

Темп приросту – це величина приросту відносної величини динаміки у відсотках.

Тенденція (тренд) – загальний напрямок до зростання, зниження або стабілізації рівня явища під впливом часу.

Теоретична лінія регресії – граничне положення емпіричної лінії регресії, до якого вона прагне при необмеженому збільшенні числа спостережень.

Територіальні індекси – узагальнюючі показники, які характеризують співвідношення рівнів складних соціально-економічних явищ у просторі, тобто в розрізі територій і об'єктів.

Типова вибірка – застосовується в тих випадках, коли одиниці генеральної сукупності об'єднані в кілька великих типових груп.

Типологічне групування – це поділ якісно різномірної досліджуваної сукупності на однорідні групи одиниць відповідно до соціально-економічних типів.

Факторні ознаки – це ознаки, під дією яких змінюються інші – результативні ознаки.

Функціональний зв'язок – такий зв'язок, при якому певному значенню факторної ознаки відповідає одне чітко визначене значення результативної ознаки.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Шапочка М.К., Маценко О.М. Теорія статистики: навчальний посібник. Суми: Університетська книга, 2014. 312 с.
2. *Державна служба статистики України*: веб-сайт. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/> (дата звернення: 14.10.2020).
3. Положення про Державну службу статистики України: постанова Кабінету Міністрів України від 23 вересня 2014 р. № 481. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/481-2014-%D0%BF#n9> (дата звернення: 17.10.2020).
4. Про державну статистику: Закон України від 17.09.92 р. № 2614-XII. Дата оновлення: 19.04.2014. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2614-12> (дата звернення: 13.10.2020).
5. Про інформацію: Закон України від 17.09.92 р. № 2657-XII. Дата оновлення: 16.07.2020. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2657-12#Text> (дата звернення: 14.10.2020).
6. Шинкаренко В.Г. Теорія статистики: навч. посіб. Харків: ХНАДУ, 2005. 168 с.
7. Мармоза А.Т. Теорія статистики: підручник. 2-ге вид. перероб. та доп. К.: Центр учбової літератури, 2013. 592 с.
8. Горкавий В.К. Статистика: підручник. 3-тє вид., переробл. і доповн. К.: Алерта, 2019. 644 с.
9. Опря А.Т. Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань): навч. посіб. К.: Центр учбової літератури, 2012. 448 с.
10. Статистика: підручник / Герасименко С.С. та ін. 2-ге вид., перероб. і доп. К.: КНЕУ, 2010. 467 с.
11. Статистика: навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / А.М. Єріна та ін. К.: КНЕУ, 2007. 448 с.
12. Мармоза А.Т. Практикум з теорії статистики: навчальний посібник. 3-є видання, виправлене. К: Ельга, Ніка-Центр, 2007. 348 с.
13. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. К.: МОРИОН, 2012. 640 с.

14. Захожай В.Б., Попов І.І., Коваленко О.В. Практикум з основ статистики: навч. посіб. К.: МАУП, 2005. 176 с.
15. Захожай В.Б., Попов І.І. Статистика: підруч. для студ. вищ. навч. закл. К.: МАУП, 2006. 536 с.
16. Бек В.Л. Теорія статистики: навчальний посібник. Київ: ЦУЛ, 2003. 288 с.
17. Щурик М.В. Статистика: навч. посібник. Львів: «Магнолія-2006», 2009. 545 с.
18. Ковалевський Г.В. Статистика: підручник. Х.: ХНАМГ, 2012. 445 с.
19. Лугінін О.Є. Статистика: підручник. К.: Центр учбової літератури, 2007. 608 с.
20. Матковський С.О., Марець О.Р. Теорія статистики: навч. посібник. К.: Знання, 2009. 534 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Козирєва Олена Вадимівна, доктор економічних наук, професор, завідувачка кафедри менеджменту та публічного адміністрування Національного фармацевтичного університету, академік Академії економічних наук України зі спеціальності «Менеджмент», Харків, Україна

Федорова Вікторія Олександрівна, кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіки і підприємництва Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, Харків, Україна

Навчальне видання

КОЗИРСЬКА Олена Вадимівна
ФЕДОРОВА Вікторія Олександрівна

СТАТИСТИКА

Навчальний посібник

Авторська редакція

Формат 60x84 1/16.. Папір офсетний. Друк цифровий.

Умовн. друк. арк. 10,9.

Тираж 100 прим. Зам. №07-06.

Видавництво та друк

ФОП Іванченко І.С.

пр. Тракторобудівників, 89-а/62, м. Харків, Україна, 61135.

тел.: +38 (050/093) 40-243-50.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців,
виготівників та розповсюджувачів видавничої продукції

ДК № 4388 від 15.08.2012 р.

monograf.com.ua